STATIKA

Statika je nauka o ravnoteži. U statici se razmatraju slučajevi kada na telo deluju sile, jer je samo po sebi jasno da je telo uvek u ravnoteži ako na njega ne deluje ni jedna sila. Ravnoteža može biti statička – kada telo miruje i dinamička – kada se telo kreće ravnomerno pravolinijski. U narednim slučajevima razmatraćemo samo slučajeve statičke ravnoteže.

Statika je izuzetno važna u arhitekturi, građevinarstvu, mašinstvu itd, što je sasvim razumljivo ako se razmotri značaj statičkog proračuna neke zgrade ili mosta ...

Ravnoteža materijalne tačke

Da bi materijalna tačka bila u ravnoteži treba sprečiti njeno kretanje. Pritom treba imati u vidu da se tačka može kretati samo translatorno, pa je potrebno sprečiti samo translaciju. Za to je dovoljno da se sve sile koje deluju na nju međusobno ponište, pa ako je tačka i prethodno mirovala onda će ona i nastaviti da miruje – u skladu sa zakonom inercije. Na tačku ne mogu delovati momenti tih sila u slučaju da kroz nju prolazi osa rotacije, jer ako sila deluje na tu tačku krak te sile mora biti jednak nuli, pa je i moment te sile jednak nuli. Zato tačka ne može rotirati oko ose koja prolazi kroz nju, pa je za postizanje njene ravnoteže dovoljno sprečiti samo njenu translaciju.

Materijalna tačka ne može nikako biti u ravnoteži ako na nju deluje samo jedna sila, jer će joj ta sila – po II Njutnovom zakonu – sigurno dati ubrzanje. Dakle, tačka može biti u ravnoteži ako na nju deluje više sila koje se tada mogu međusobno poništiti.

Ravnoteža tela

Da bi telo bilo u ravnoteži potrebno je sprečiti i njegovu translaciju i njegovu rotaciju. Dakle, ako na telo deluje više sila tada se one moraju međusobno poništavati, ali se moraju poništavati i momenti tih sila:

$$\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 + ... + \boldsymbol{F}_\mathrm{n} = 0$$

i

$$\boldsymbol{M}_1 + \boldsymbol{M}_2 + \boldsymbol{M}_3 + ... + \boldsymbol{M}_\mathrm{n} = 0$$

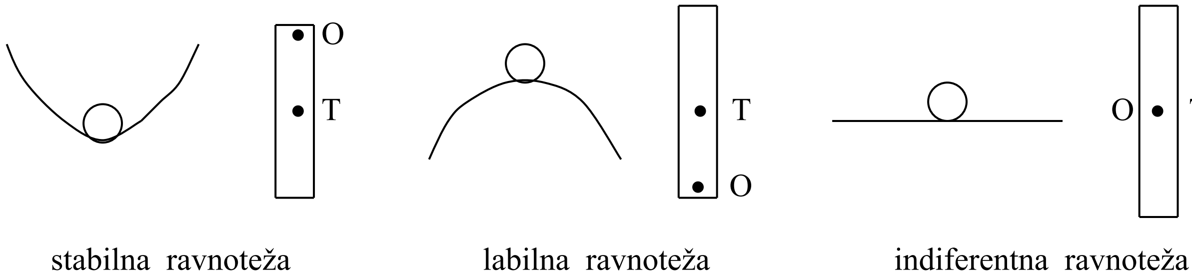
Vrste ravnoteže tela

Telo se može naći u jednoj od tri vrste ravnoteže, a to su:
- stabilna ravnoteža,
- labilna ravnoteža i
- indiferentna ravnoteža.

Ravnoteža tela je stabilna ako se – kada ga iz tog položaja izvedemo, zaustavimo i pustimo – ono vrati u taj početni položaj. To je slučaj tela koje se nalazi na dnu ulegnute podloge, ali i tela koje je okačeno tako da mu je tačka vešanja iznad tačke težišta.

Ravnoteža tela je labilna ako se – kada ga iz tog položaja izvedemo, zaustavimo i pustimo – ono nastavi da udaljava od tog početnog položaja. To je slučaj tela koje se nalazi na vrhu ispupčene podloge, ili tela koje je okačeno tako da mu je tačka vešanja ispod tačke težišta.

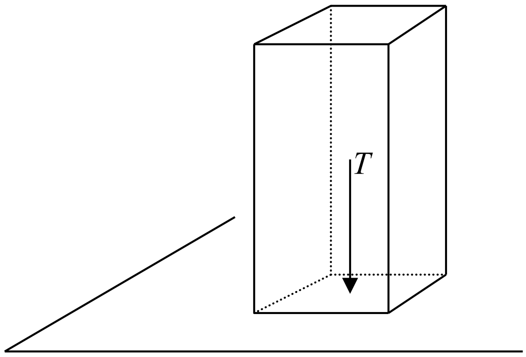
Ravnoteža tela je indiferentna ako – kada ga iz tog položaja izvedemo, zaustavimo i pustimo – ono ostane u novom položaju. To je slučaj tela koje se nalazi na ravnoj – horizontalnoj podlozi, ili tela koje je tako okačeno da mu se tačke vešanja i težišta poklapaju.



stabilna ravnoteža   labilna ravnoteža   indiferentna ravnoteža

sl. 38.

DODATAK. Situacija sa ravnotežom tela koje se nalazi na podlozi je u stvari mnogo složenija jer zavisi i od oblika tela. Na sl. 39. prikazano je telo koje se nalazi na ravnoj horizontalnoj podlozi, a ipak je u *stanju labilne ravnoteže, jer postoji mogućnost da se prevrne pri bočnom naginjanju. Međutim, ovo telo će zadržati trenutno ravnotežno stanje, bez prevrtanja pod uslovom da vertikala iz njegove težišne tačke pada na površinu na koju se to telo oslanja. Pri naginjanju tela pomera se i njegova težišna tačka, dok površina njegovog oslonca ostaje na istom mestu. Zbog toga vrh vertikale se pomera ka rubu površine na koju se telo oslanja. Onog trenutka kada vertikala pređe graničnu liniju površine oslonca telo više nije u ravnoteži i prevrće se. Zaključak je da će ovakvo telo imati veću stabilnost ako je površina oslonca veća i ako je telo sa niže postavljenom tačkom težišta. Na primer, neobičan oblik trkaćih automobila upravo zadovoljava oba ova uslova. Uostalom i sami se nalazimo u istoj situaciji kada stojimo uspravno, pa zato na ugrožavanje svoje ravnoteže instiktivno reagujemo tako što raširimo noge (da bi smo povećali površinu oslonca), na primer kada stojimo u autobusu, ili na palubi broda. U vezi sa tim poznato je da mornari posle dugotrajne plovidbe neko vreme hodaju raširenih nogu i kada siđu na kopno.*



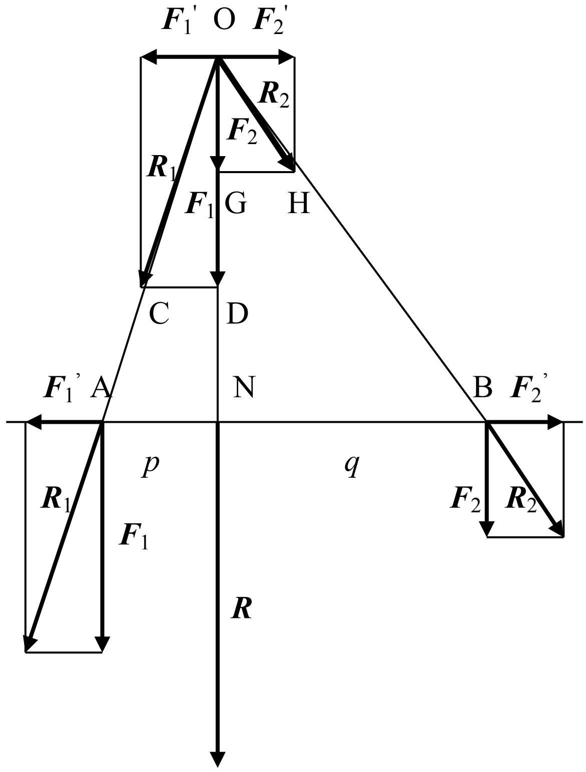
sl. 39.

Zanimljiv savet mladim roditeljima je da malo dete odmah uče da hoda, a ne da prvo nauči da stoji. Stajanje podrazumeva održavanje ravnoteže. Hodanje se naprotiv sastoji od niza namerno izazvanih uzastopnih padanja napred (koraka) koja ipak sprečimo podmetanjem jedne noge napred, a samim tim i proširenja površine oslonca unapred i njegovim dovođenjem ispod vertikale iz, prema napred pomerenog, težišta tela. Ako prvo naučimo dete da održava ravnotežu, biće jako teško da ga ubedimo da nauči hodanje, koje se sastoji od početnog namerno izazvanog padanja, jer je dete dok je učilo da drži ravnotežu već više puta padalo, a za padanje je vezan bol.

Na kraju razmotrimo ustajanje sa stolice. Kako je težište čoveka negde u sredini njegovog stomaka i kako su pri sedenju stopala, a samim tim i površina oslonca pri ustajanju, ispred stolice, imamo situaciju da je vrh vertikale iz tačke težišta daleko iza površine oslonca te je u ovakvim uslovima nemoguće ustati. Zato pri ustajanju čovek podvlači jednu nogu ispod stolice, da bi doveo površinu oslonca ispod vertikale, a pritom se naginje napred da bi pomerio unapred tačku težišta, čime vertikalu pomera napred prema površini na koju se pri ustajanju oslanja.

Slaganje paralelnih sila istog smera

Na sl. 40. na zamišljeno telo deluju dve sile: $\boldsymbol{F}_1$ i $\boldsymbol{F}_2$, koje imaju različitu jačinu, a deluju u istom pravcu i smeru duž dve paralelne prave linije. Jasno je da je rezultujuća sila po jačini jednaka prostom zbiru zadatih sila. Takođe je prilično logično da se napadna tačka rezultujuće sile nalazi na duži AB, tj. na duži koja spaja napadne tačke sila $\boldsymbol{F}_1$ i $\boldsymbol{F}_2$. Glavni problem koji ovde treba rešiti je: gde se tačno nalazi napadna tačka rezultujuće sile? Da bi rešili ovaj problem zadatim silama $\boldsymbol{F}_1$ i $\boldsymbol{F}_2$ dodamo dve pomoćne sile $\boldsymbol{F}_1'$ i $\boldsymbol{F}_2'$ sa napadnim tačkama u A i B. Ove dve sile treba da budu iste jačine i pravca a suprotnog smera, tako da se međusobno poništavaju. Na taj način njihovo dodavanje ne menja ukupan zbir sila $\boldsymbol{F}_1$ i $\boldsymbol{F}_2$, ali omogućava rešavanje zadatog problema.



sl. 40.

Prvo saberemo sile $\boldsymbol{F}_1$ i $\boldsymbol{F}_1'$ u tački A, a onda i $\boldsymbol{F}_2$ i $\boldsymbol{F}_2'$ u tački B. Ova dva zbira obeležimo sa $\boldsymbol{R}_1$ i $\boldsymbol{R}_2$. Sada produžimo njihove pravce unazad , do preseka u tački O, pa prenesemo oba paralelograma, iz tačaka A i B u tačku O. Uočimo sada sledeće slične trouglove:

$$\Delta\, ANO \sim \Delta\, CDO \quad \text{i} \quad \Delta\, BNO \sim \Delta\, HGO$$

sledi: $AN : CD = ON : OD$ i $NB : GH = ON : OG$

tj. $AN \cdot OD = CD \cdot ON$ i $NB \cdot OG = GH \cdot ON$.

S obzirom da su jačine sila $\boldsymbol{F}_1'$ i $\boldsymbol{F}_2'$ jednake tj. da je: $F_1' = F_2'$ sledi: CD = GH.

Kako je sada : $CD \cdot ON = GH \cdot ON$

sledi jednakost i desnih strana: $AN \cdot OD = NB \cdot OG$.

Sa slike sledi: $AN = p$, $OD = F_1$, $NB = q$ i $OG = F_2$ pa je konačno:

$$p \cdot F_1 = q \cdot F_2$$

Ova relacija određuje poziciju napadne tačke N rezultujuće sile $\boldsymbol{R}$ i predstavlja rešenje našeg problema. Uzmimo da je sila F_1 dva puta jača od sile F_2, npr. $F_1 = 6\ N$, a $F_2 = 3\ N$, dok je $p = 2\ m$. Tada račun pokazuje da je $q = 4\ m$ tj. $2\ m \cdot 6\ N = 4\ m \cdot 3\ N$

Drugim rečima: koliko puta je jedna sila jača od druge, toliko puta je njen krak manji od kraka druge sile.

Iz relacije sledi da iz jednakosti sila sledi jednakost njihovih krakova, što znači da se napadna tačka rezultante N nalazi na sredini rastojanja AB, što se i moglo očekivati.

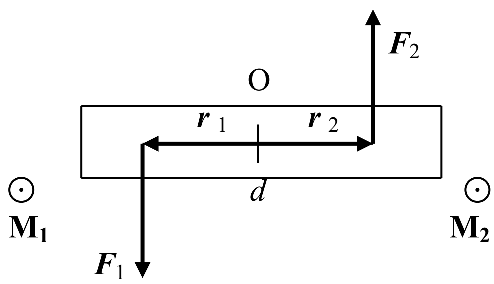
Primenu slaganja paralelnih sila istog smera ćemo imati kod poluge.

Spreg sila. Moment sprega

Spreg čine dve sile koje moraju ispuniti sledeće uslove:

- da su iste jačine
- da su suprotnog smera
- da deluju istovremeno
- da deluju na isto telo
- da deluju duž dva paralelna pravca koji se nalaze na međusobnom rastojanju obeleženom sa d (sl. 41.).

Na osnovu navedenih uslova vidi se da se dve sile, koje čine spreg, međusobno poništavaju – a to znači da spreg sila ne može izazvati translaciju tela, na koje deluje.



sl. 41.

Da li će telo vršiti rotaciju oko tačke O, zavisi od smera momenata sila koje deluju na telo. Pritom treba uzeti u obzir da su intenziteti sila jednaki: $F_1 = F_2 = F$, a da se tačka O nalazi na polovini rastojanja d, zbog čega su kraci sila $\boldsymbol{r}_1$ i $\boldsymbol{r}_2$, u odnosu na tačku O, jednakih dužina tj. $r_1 = r_2 = r$. Zbog toga, jačine momenata sila: $\boldsymbol{M}_1$ i $\boldsymbol{M}_2$ su jednake, jer je:

$$M_1 = r_1 F_1 \sin\beta_1 = r\,F \quad \text{i}$$
$$M_2 = r_2 F_2 \sin\beta_2 = r\,F, \quad \text{tj.}$$
$$M_1 = M_2.$$

zato što su uglovi između kraka sile i sile sa obe strane jednaki 90^o, a znamo da je $\sin 90^o = 1$.

S obzirom na prethodno pokazanu jednakost intenziteta momenata sila koje deluju na telo, postoji mogućnost njihovog poništavanja ako su im smerovi suprotni, ili njihovog sabiranja ako su im smerovi isti. Iz vektorskih proizvoda: $\vec{M}_1 = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1$ i $\vec{M}_2 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$ primenom pravila desne ruke na sl. 41. pokazuje da ova dva momenta sile imaju isti smer (iz slike, tj. prema posmatraču). Zato se ova dva momenta sabiraju u jedan ukupan moment sile koji deluje na telo a koji nazivamo: moment sprega i obeležavamo ga sa M_s. Na osnovu prethodno rečenog imamo:

$$M_s = M_1 + M_2 = r\,F + r\,F = 2\,r\,F = d\,F$$

zato što je $d = 2\,r$.

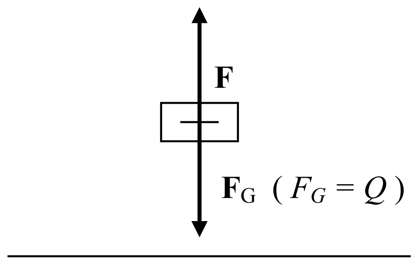
Ovakav moment sprega izaziva rotaciono kretanje tela oko tačke O, u smeru suprotnom od smera kretanja skazaljki na satu.

Ako uzmemo u obzir da će veći moment sprega izazvati veće ugaono ubrzanje tela, tj. da ćemo većim momentom sprega lakše zarotirati telo i ako uzmemo u obzir da je moment sprega direktno srazmeran rastojanju d i jačini sila F, tada imamo dve posledice. Prva je da ćemo telo lakše pokrenuti da rotira ako delujemo jačim silama F_1 i F_2 na njega, što se uostalom i moglo očekivati. Druga posledica je da ćemo telo takođe lakše pokrenuti da rotira ako je razmak d, između napadnih tačaka dve sile, što veći. Ovo je možda neočekivana posledica, ali sada postaje jasno zašto su klasični volani u autobusima i teškim kamionima velikog prečnika.

Poluga

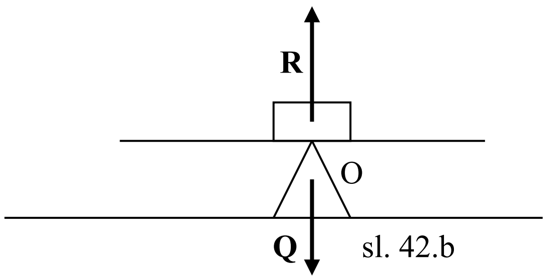
Poluga spada u proste mašine. Tu još spadaju: strma ravan, razne kombinacije zupčanika itd. ***Prosta mašina je jednostavan uređaj pomoću koga se isti posao može izvršiti smanjenom silom*** – u odnosu na slučaj kada taj posao obavljamo bez pomoći date proste mašine.

Poluga predstavlja čvrstu šipku čija je dužina l mnogo veća od njene debljine, što u fizici znači da se debljina poluge može zanemariti. Ponekad u zadacima javlja se i debljina, ali tada nije reč o poluzi već o gredi. Ovakva šipka je učvršćena u jednoj tački O, što onemogućava njenu translaciju.



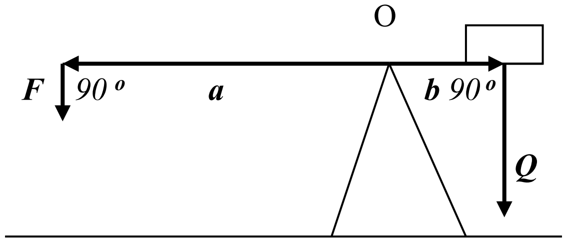
sl. 42.a

Zamislimo sada sledeći zadatak: uzmimo da treba držati u ravnoteži, tj. u stanju mirovanja telo težine Q na određenoj visini iznad podloge. Bez pomoći drugih tela jedini način je da dato telo vučemo uvis silom F koja bi morala da bude jednaka težini tela Q, da bi se njih dve poništile (sl. 42.a). Ako nam, sada, za obavljanje zadatog posla stoji na raspolaganju jedna poluga kakva je prethodno opisana, tada je možemo najbolje iskoristiti tako što bi smo telo oslonili tačno u tački O. Tada bi čitav posao za nas obavila sila otpora podloge **R**, tj. sila reakcije kojom podloga uzvraća telu njegovu težinu, koja u ovom slučaju igra silu akcije (sl. 42.b). U ovom slučaju mi ne bi smo morali delovati na telo nikakvom silom da bi ono ostalo u ravnoteži.



sl. 42.b

Istine radi, moramo priznati da bi na isti način moglo da posluži praktično svako telo čija je visina jednaka visini oslonca naše podloge, kao običan podmetač. Međutim, zamislimo da iz nekog razloga telo ne možemo osloniti baš u tački O već samo levo ili desno od nje. Uzmimo da je telo oslonjeno o datu polugu desno od tačke oslonca O (sl. 43.) na rastojanju b od nje. U ovom slučaju poluga, a samim tim i telo ne bi bili u ravnoteži jer bi poluga izvela rotaciju oko tačke O u smeru kretanja skazaljke na satu, pri čemu bi se telo vrlo brzo našlo na podlozi. Ovo rotaciono kretanje bi izazvao moment težine tela: $\boldsymbol{M_Q} = \boldsymbol{b} \times \boldsymbol{Q}$. Intenzitet ovog momenta je: $M_Q = b\ Q \sin 90^0 = b\ Q$. Njegov smer određen pravilom desne ruke je usmeren u sliku, tj. od posmatrača. Da bi sprečili rotaciju poluge pod dejstvom ovog momenta možemo delovati silom $\boldsymbol{F}$ na polugu kao na slici, tj. na njenom suprotnom kraju naniže. Moment ove sile $\boldsymbol{M_F} = \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{F}$ bi imao intenzitet: $M_F = a\ F \sin 90^0 = a\ F$, dok bi njegov smer bio iz slike, tj. ka posmatraču, što se lako može odrediti pravilom desne ruke. Ako se setimo da je naš zadatak da držimo telo u ravnoteži na izvesnoj visini iznad podloge, tada je jasno da će ovaj posao biti izvodljiv ako se momenti: $\boldsymbol{M_Q}$ i $\boldsymbol{M_F}$ međusobno ponište. S obzirom da su: istog pravca, a suprotnog smera, da deluju istovremeno i na isto telo, jasno je da će se poništiti ako su im intenziteti jednaki, tj. ako je:



sl. 43.

$$M_F = M_Q \quad \text{(uslov ravnoteže)}$$

ili:
$$a\ F = b\ Q \quad \text{(zakon poluge).}$$

Poslednja relacija se u statici naziva: zakon poluge. Iz zakona poluge sledi da je poluga prosta mašina jer je jačina sile F onoliko puta manja od težine Q koliko puta je krak sile a duži od kraka težine b. Dakle, pomoću poluge možemo držati u ravnoteži telo određene težine i višestruko slabijom silom. Na primer: dva deteta nejednake težine se ipak mogu zajedno klackati na klackalici, koja praktično predstavlja polugu, tako što će teže dete sesti bliže tački oslonca.

Zakon poluge je, takođe, u direktnoj vezi sa završnom relacijom iz lekcije - slaganje paralelnih sila istog smera. Upoređivanjem ova dva slučaja možemo zaključiti da se kod poluge napadna tačka rezultujuće sile mora nalaziti u tački njenog oslonca O ako želimo da poluga bude u ravnoteži.

DODATAK. Postoje dva različita tipa poluge: poluga snage i poluga brzine.

Ako razmotrimo polugu sa nejednakim kracima a i b, tada možemo uočiti da se pri rotacionom kretanju takve poluge oko tačke oslonca O dva kraja poluge ne kreću jednakim periferijskim brzinama – ugaona brzina krajeva je naravno ista. Kraj kraćeg kraka se kreće sporije, dok se kraj dužeg kraka kreće brže.

Da li je data poluga – poluga snage ili poluga brzine zavisi samo od toga na koji njen kraj delujemo silom.

Ako silom delujemo na duži krak poluge, tada imamo polugu snage. Ovaj slučaj smo već razmatrali pa samo treba dodati da pri delovanju malom silom, a to znači upotrebivši malu snagu, možemo obaviti posao za koji bi nam bez poluge bila potrebna mnogo veća sila tj. morali bi smo upotrebiti mnogo veću snagu. Zato se ova poluga i naziva – poluga snage. Problem koji se ovde javlja je da izgleda da je narušen zakon održanja energije. Međutim, to nije slučaj, zato što iako ovakvom upotrebom poluge dobijamo na snazi, mi istovremeno gubimo na brzini. Mi pokrećemo duži krak poluge većom brzinom, dok se kraći krak, na kome je inače snaga pojačana, pritom kreće manjom brzinom.

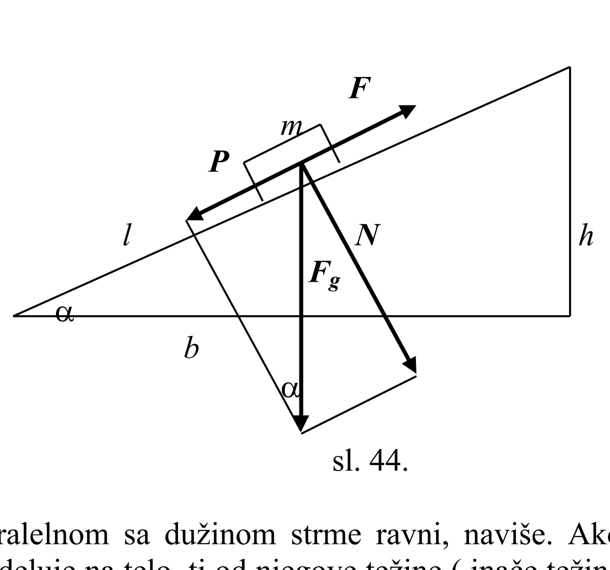
Ako silom delujemo na kraći krak poluge, tada imamo polugu brzine. Pritom smo na suprotnom dužem kraku izgubili na snazi, ali smo zato dobili na brzini, što i jeste uzrok njenog naziva.

Za polugu snage Arhimed je rekao – dajte mi dovoljno dugu i čvrstu polugu i dobar oslonac, pa ću njome pomeriti Zemlju.

Zanimljivo je da su naše ruke i noge takođe poluge, ali poluge brzine a ne snage. Razmotrimo donji deo ruke koja je laktom oslonjena na površinu stola. Stavimo izvestan teret na otvoreno šaku položenu na površinu stola. Sada podignemo teret uvis, pri čemu je lakat i dalje oslonjen. Mišić ruke, kojim smo izvršili podizanje tereta, je vezan tetivama za kost ruke na rastojanju a od tačke oslonca – lakta. Teret se nalazi na oko deset puta većem rastojanju b u odnosu na tačku oslonca. Ovo je zanimljiva varijanta poluge kada se i krak sile i krak tereta nalaze sa iste strane oslonca. Međutim situacija je ista kao i kod prethodno razmatrane dvostrane poluge, što znači da je ruka od lakta naniže stvarno poluga brzine. To znači da mišić ruke jeste oko deset puta jači u odnosu na efekt koji pomoću njega postižemo. Konkretno, ako je teret mase m = 10 kg, što znači da mu je težina približno Q = 100 N, tada je za njegovo podizanje mišić morao da deluje silom većom od F = 1000 N, tj. mišić se naprezao kao da je podizao telo od m = 100 kg. Očigledno je da je priroda smatrala da su nam, evolutivno gledano, u borbi za opstanak ruke i noge mnogo korisnije kao poluge brzine nego poluge snage.

Strma ravan

Strma ravan je još jedna prosta mašina, što ćemo u daljem tekstu i dokazati. Ona mora biti napravljena od čvrstog materijala, a prikazana je na (sl. 44.). Osnovica strme ravni je obeležena sa b, visina strme ravni sa h, dok je njena dužina obeležena sa l. Naš zadatak je, kao i kod poluge, da telo mase m i težine $Q = m\,g$ držimo u ravnoteži, tj. u stanju mirovanja na izvesnoj visini iznad podloge. Bez pomoći drugih tela, ovaj zadatak bi smo mogli obaviti vukući uvis telo silom F, koja bi trebalo da bude jednaka njegovoj težini. Ako nam je jedina pomoć baš strma ravan, tada možemo telo osloniti na njenu dužinu l kao na sl. 44. U slučaju koji razmatramo sila trenja između tela i podloge je zanemarljivo slaba. Zbog nedostatka trenja telo neće biti u ravnoteži, već će kliziti niz strmu ravan. Da bi smo ga zadržali u stanju mirovanja treba da na njega delujemo silom $\boldsymbol{F}$ paralelnom sa dužinom strme ravni, naviše. Ako pokažemo da je ova sila slabija od gravitacione sile koja deluje na telo, tj od njegove težine (inače težina tela i gravitaciona sila koja na njega deluje su jednake jačine, pravca i smera, a jedina razlika među njima je da ne deluju na isto telo: gravitaciona sila deluje na samo telo, dok njegova težina deluje na podlogu na



sl. 44.

kojoj se ono nalazi), tada smo dokazali da je strma ravan prosta mašina.

Razložimo gravitacionu silu na komponente: ***P*** – paralelnu sa dužinom strme ravni i ***N*** – normalnu na l. Normalna komponenta pritiska telo na površinu strme ravni i značajna je samo ako uzimamo u obzir i dejstvo sile trenja. Paralelna komponenta je ona koja vuče telo niz strmu ravan i njegovoj masi daje ubrzanje a, u skladu sa II Njutnovim zakonom: $P = m\,a$. Očigledno je da upravo ovu komponentu treba poništiti ako želimo da telo držimo u ravnoteži. To ćemo uraditi tako što ćemo na telo delovati silom ***F***, koju smo već pomenuli, ali za koju sada možemo reći da mora biti u odnosu na paralelnu komponentu gravitacione sile: iste jačine i pravca, a suprotnog smera: $\vec{F} = -\vec{P}$ tj. $F = P$ (uslov ravnoteže).

Već sada imamo dokaz da je $F < F_g$, što je kako smo već istakli dokaz da je strma ravan prosta mašina. S obzirom da je: $F = P$, a da P mora biti manje od F_g zato što je P kateta a F_g hipotenuza u istom pravouglom trouglu (vidi sl. 44.), tada i F mora biti manje od F_g.

Međutim, sledeće razmatranje nam može preciznije reći koliko puta je $F < F_g$. Uočimo prvo dva pravougla trougla: jedan je sama strma ravan, a drugi je malopre pomenuti pravougli trougao čija je jedna kateta ***P*** a hipotenuza $\boldsymbol{F_g}$. Na sl. 44. se može videti da oni sadrže po jedan isti oštar ugao - α. Ova dva ugla su jednaka kao uglovi sa međusobno normalnim kracima. To znači da su ova dva trougla slična, jer imaju jednaka sva tri ugla. Ovu sličnost možemo iskoristiti za postavljanje sledeće proporcije između njihovih stranica:

$$P : F_g = h : l$$

kako je: $P = F$, sledi: $F : F_g = h : l$ (zakon strme ravni)

Upravo ova proporcija predstavlja traženu relaciju, koja omogućava da odredimo koliko puta je $F < F_g$. Njenim čitanjem dobijamo sledeće: ***sila F, kojom držimo u ravnoteži telo oslonjeno o strmu ravan, onoliko puta je slabija od gravitacione sile koja na to telo deluje, tj. od negove težine, koliko puta je visina strme ravni kraća od njene dužine.***

Prethodna relacija se naziva: zakon strme ravni, a predstavlja kvantitativni dokaz da je strma ravan prosta mašina.

Trenje

Sila trenja se javlja između tela i podloge, po kojoj se ovo telo kreće. Sila trenja deluje i pri klizanju, ali i pri kotrljanju tela po podlozi, samo što je njen intenzitet oko hiljadu puta manji pri kotrljanju. Upravo ovaj podatak čini otkriće točka vrlo značajnim u istoriji naše civilizacije, zato što je omogućio kretanje mnogo većim brzinama. Međutim, ono što je neobično je da postoji i sila trenja pri mirovanju tela.

U sva tri slučaja, sila trenja se može izračunati iz obrasca:

$$F_{tr} = \mu \cdot N$$

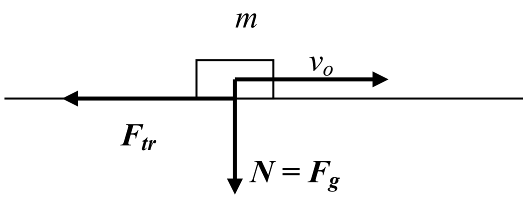
gde je: μ - koeficijent trenja,

a N - normalna komponenta gravitacione sile u odnosu na podlogu po kojoj se telo kreće.

U slučaju da je podloga horizontalna, N je praktično isto što i sama gravitaciona sila:

$$F_g = m \cdot g$$

gde je: m - masa tela,



sl. 45.

a: $g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$ - ubrzanje koje sila Zemljine teže daje svim telima na svojoj površini, ali približno i onim telima koja se nalaze u blizini njene površine.

Na nagnutoj podlozi N je, samo jedna i to, normalna komponenta gravitacione sile – kao kod strme ravni.

Sve do sada rečeno važi pod uslovom da na telo, pri kretanju po podlozi, deluje samo gravitaciona sila.

Međutim, stvari se komplikuju ako na telo, dok se kreće po podlozi, pored gravitacione deluje još neka sila. Na primer, to može biti sila (F) kojom ja pritiskam telo vertikalno ka podlozi. U tom slučaju

N, iz obrasca za silu trenja moramo zameniti rezultujućom silom koja vrši pritisak na podlogu pod pravim uglom: $\vec{F}_R = \vec{N} + \vec{F}$, a tada obrazac za silu trenja dobija sledeći oblik:

$$F_{tr} = \mu \cdot F_R$$

Jasno je da je u ovom slučaju sila trenja jača, u odnosu na slučaj u kome na telo deluje samo gravitaciona sila, ali to i jeste u našem neposrednom iskustvu. *Što jače rukom pritiskamo telo ka podlozi potrebna je sve jača sila da bi smo ga pokrenuli tj. sve više otežavamo njegovo kretanje.*

Zanimljivo je da se ni obrazac $F_{tr} = \mu \cdot N$ ni obrazac $F_{tr} = \mu \cdot F_R$ ne mogu pisati u vektorskom obliku, zato što sila trenja nema isti pravac sa silama N i F_R (vidi sl. 45).

Na sl. 45. se, takođe, može uočiti zanimljiv način crtanja vektora sile trenja, ne iz težišta tela – kako se inače crtaju ostale sile koje deluju na telo – već iz centra osnove tela, a uvek u smeru suprotnom od smera kretanja tela, tj. od smera vektora njegove brzine.

Koeficijent trenja μ je za dati slučaj konstanta, a njegova vrednost zavisi od sledeće tri faktora:

- od uglačanosti dodirnih površina tela i podloge,
- od vrste materijala od kojih su načinjeni i telo i podloga i
- od prisustva trećih materijala između tela i podloge.

Iskustvo nas uči da je koeficijent trenja manji, tj. sila trenja slabija kada su dodirne površine tela i podloge uglačanije. Osnova ove zavisnosti je da na dodirnim površinama postoji jako veliki broj mikro-ispupčenja i udubljenja koja, pri kretanju tela po podlozi, zapinju jedna o druga i ometaju kretanje tela. Ako su dodirne površine uglačanije, tada su i ova ispupčenja manja pa je zapinjanje pri kretanju slabije, zbog čega je slabija i sila trenja.

Sada je moguće razumeti i zašto je sila trenja direktno srazmerna težini tela, tj, gravitacionoj sili koja na njega deluje. Što je telo teže, tj. što ga privlači jača gravitaciona sila, to je ono jače pritisnuto na podlogu, pa je zapinjanje između mikro-ispupčenja tela i podloge jače, pa je jača i sila trenja.

Zanimljivo je da kreda ostavlja trag na tabli, a grafitna olovka na papiru, jer su obe napravljene od mekanih materijala čija se mikro-ispupčenja lako slome, pri čemu tako nastali prah prione za površinu podloge predstavljajući vidljivi trag.

Iznenađujuće je da pri veoma visokim uglačanostima dodirnih površina dolazi do povećanja koeficijenta trenja, tj. do pojačanja sile trenja. Očigledno je da osnova ovog efekta nema nikakve veze sa prethodnim objašnjenjem preko mikro-ispupčenja. U ovom slučaju objašnjenje je, da je upravo nedostatak ovih ispupčenja uzrok velikog broja dodirnih tačaka između dve dodirne površine. Inače, ako su dodirne površine hrapave broj dodirnih tačaka dve površine je jako mali. Zbog toga, kada su dodirne površine jako uglačane, dolazi do približavanja velikog broja površinskih molekula tela sa površinskim molekulima podloge. Odsustvo mikro-ispupčenja čini da su ta rastojanja između molekula tela i podloge tako mala da se između njih javljaju jake privlačne sile, koje ometaju kretanje tela po podlozi, pa samim tim ove međumolekularne sile čine osnovu pojačane sile trenja.

Zanimljivo je primetiti da i u ovom slučaju težina tela doprinosi pojačanju sile trenja, tako što je teže telo jače pritisnuto uz podlogu, pa su zbog toga površinski molekuli tela i podloge još bliži, zbog čega su i njihova međusobna privlačenja jača.

Zavisnost koeficijenta trenja od vrste materijala je takođe nešto sa čime imamo prilično veliko iskustvo. Treba uočiti da je ovde bitna kombinacija materijala: telo – podloga, a ne samo pojedinačni materijali od kojih su telo ili podloga načinjeni. Na primer: stakleno telo se odlično kliže po drvenoj podlozi, ali izuzetno loše po podlozi od gume.

Pod prisustvom trećih materijala misli se, na primer, da premazivanje dodirnih površina dva metalna dela motora uljem, omogućava značajno smanjenje sile trenja, čime se značajno povećava trajnost tih delova. Takođe, gumeni đonovi cipela se vrlo slabo kližu čak i po vrlo glatkoj metalnoj površini, međutim ako je ta metalna površina vlažna, tj. ako je prisutna i voda kao treći materijal, tada, iz ličnog i to vrlo neprijatnog iskustva, preporučujem oprez jer je sila trenja sada značajno smanjena.

Prisustvo trećih materijala, dakle, uglavnom smanjuje koeficijent trenja, a samim tim i silu trenja. Međutim, ponekad koristimo prisustvo trećih materijala da bi smo povećali koeficijent trenja. Recimo, ako automobil "šlajfuje" zato što su mu pogonski točkovi upali u blatnjavi ili zaleđeni jarak, problem se može rešiti ako se pod točkove sipa pesak ili pepeo, ili se ubace grančice, ili se doda bilo koji drugi materijal koji povećava koeficijent trenja. I u ovom slučaju sila trenja će biti povećana ako povećamo težinu vozila, a naročito onog njegovog dela gde se nalaze pogonski točkovi.

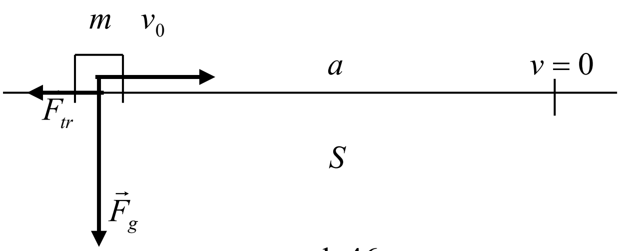
Ranije u ovoj lekciji je pomenuta sila trenja mirovanja. Ova sila je prilično neobična, što ćemo sada podrobnije razmotriti.

Ako telo miruje na horizontalnoj podlozi, a na njega deluje samo gravitaciona sila Zemljine teže, tada na ovo telo ne deluje sila trenja mirovanja. Ova sila će se pojaviti samo ako na telo počne da deluje neka sila u horizontalnom pravcu. Ovu silu možemo dalje nazivati – aktivna sila. Tada će joj sila trenja mirovanja biti jednaka po jačini i pravcu, a suprotna po smeru, što će prouzrokovati njihovo poništavanje, pa će zbog toga telo ostati u stanju mirovanja. Ako se aktivna sila pojača, isto toliko će se pojačati i sila trenja mirovanja, tako da će telo i dalje ostati u stanju mirovanja. Pri daljem pojačavanju aktivne sile nastupiće trenutak kada će se telo ipak pokrenuti. To se dešava zbog toga što sila trenja mirovanja ima svoju maksimalnu vrednost do koje može narasti. U trenutku kada aktivna sila nadmaši po jačini maksimalnu vrednost sile trenja mirovanja, telo se pokrene u pravcu i smeru dejstva aktivne sile, a sila trenja mirovanja prelazi u silu trenja klizanja ili kotrljanja.

Sila trenja može biti i korisna, ali i štetna. Recimo, ona predstavlja baš onu silu koja omogućava pokretanje tela – setimo se samo automobila koji “šlajfuje”. Međutim, ona u toku vožnje ometa brže kretanje automobila, ali je bar tada slaba jer se između točkova i puta javlja sila trenja kotrljanja. Istini za volju ona je ipak korisna i u toku vožnje jer omogućava upravljanje automobilom – sada se treba setiti primera iz lekcije “ Dinamika kružnog kretanja” u kome smo otkrili da je centripetalna sila koja omogućava kružno kretanje autobusa upravo sila trenja. Pri kraju kretanja automobil se zaustavlja tako što kočnicama blokiramo točkove, čime sprečimo njihovo obrtanje. Zato automobil, koji svoje kretanje nastavlja po inerciji, nastavlja da se kliže, pri čemu je slaba sila trenja kotrljanja zamenjena mnogo jačom silom trenja klizanja, pa se automobil brzo zaustavi.

Razmotrimo sada zavisnost traga kočenja od jačine sile trenja.

Uzmimo da kola započinju kočenje početnom brzinom v_0. Između točkova i podloge deluje sila trenja klizanja F_{tr}. Do zaustavljanja automobil pređe put (trag kočenja) S. Usporenje ovog automobila je obeleženo sa a i potiče (po II Njutnovom zakonu) od dejstva sile trenja, pa je:



sl. 46.

$$a = \frac{F_{tr}}{m},$$

gde je m - masa automobila.

Iz kinematike znamo da za jednako – usporeno pravolinijsko kretanje važi:

$$v^2 = v_0^2 - 2aS$$

gde je: $v = 0$, pa je: $2aS = v_0^2$ odakle je:

$$S = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2 \cdot \frac{F_{tr}}{m}} = \frac{m \cdot v_0^2}{2 \cdot F_{tr}}$$

Ako je podloga horizontalna znamo da je: $F_{tr} = \mu \cdot N = \mu \cdot F_g = \mu \cdot m \cdot g$, pa je:

$$S = \frac{m \cdot v_0^2}{2 \cdot \mu \cdot m \cdot g} = \frac{1}{2 \cdot g} \cdot \frac{v_0^2}{\mu}$$

dakle:

$$S = \frac{1}{2g} \cdot \frac{v_0^2}{\mu}.$$

Iz poslednje formule se vidi da dužina traga kočenja zavisi samo od dva faktora:

- od početne brzine tela i
- od koeficijenta trenja

pri čemu možemo reći da je: ***trag kočenja direktno srazmeran kvadratu brzine koju telo ima neposredno pred početak kočenja, a obrnuto srazmeran koeficijentu trenja između tela i podloge.***