Nenad Totić

PODUDARNOST TROUGLOVA

-primena-

1. Dokazati da su sledeći trouglovi podudarni ako su im jednaki sledeći odgovarajući elementi:

   a) $c=c_1$;$b=b_1$; $t_c=t_{c1}$

   b) $h_c=h_{c1}(CD=C_1D_1)$; $c=c_1$;$\sphericalangle ACD = \sphericalangle A_1C_1D_1$;

   c) $a=a_1$; $c=c_1$; $h_c=h_{c1}$;

   d) $a=a_1$; $b=b_1$; $h_c=h_{c1}$;

   e) $a=a_1$; $h_b=h_{b1}$; $h_c=h_{c1}$;

   f) $a=a_1$; $c=c_1$; $t_a=t_{a1}$;

2. Dokazati da su dva pravougla podudarna ako i samo ako su ispunjeni sledeći uslovi:

   a) Katete jednog trougla jednake su katetama drugog;

   b) Hipotenuza i jedna kateta jednog jednake su odgovarajućim stranicama drugog;

   c) Jedna kateta i jedan oštar ugao jednog trougla jednaki su odgovarajućoj kateti i uglu drugog.

3. U jednakokrakom trouglu *ABC* osnovica *AB* je dva puta kraća od kraka. Kroz središte *M* kraka *BC* povučena je prava paralelna sa osnovicom i tu pravu seče krak *AC* u tački *N*. Dokazati da je prava AM simetrala ugla *BMN*.

4. Prava normalna na osnovicu AB jednakokrakog trougla ABC seče krak BC u tački M i rpodužetak kraka AC u tački N. Dokazati da je trougao CMN jednakokrak.

5. Dat je trougao ABC. U temenu A konstruisan je duž AD normalna na AC tako da je AD=AC i duž AE , normalna na AB , tako da je AE=AB. Pri tom su D i B sa raznih strana prave AC, a C i E sa raznih strana prave AB. Dokazati da je BD=CE.

6. Iz temena A trougla ABC spuštene su normale na simetrale spoljašnjih uglova kod temena B i C. Ove normale sa pravom BC imaju zajedničke tačke M i N. Dokazati da je duž MN jednaka zbiru stranica datog trougla.

7. Dat je jednakokraki trougao ABC sa osnovicom AB. NA pravoj AC izabrana je proizvoljna tačka D , tako da je C-A-D, a zatim tačka E , tako da je B-E-C i AD=BE. Dokazati da osnovica AB polovi duž DE.

8. U trouglu ABC simetrla ugla BAC seče stranicu BC u tački D. NA pravoj AC data je tačka E , takva da je $\measuredangle CDE = \measuredangle BAC$. Dokazati da je BD=DE.

9. Unutrašnji uglovi trougla jednaki su uglovima 4ε,5ε,6ε. Iztačunati u stepenima unutrašnje uglove trougla.

10. Spoljašnji uglovi trougla jednaki su uglovima 13ε, 20ε i 21ε. Izračunati unutrašnje i spoljašnje uglove trougla.

11. Ako se spoljašnji ugao kod temena A poveća za 35 stepeni, a spoljašnji ugao kod temena B smanji za 20 stepeni , tada se unutrašnji ugao kod temena C trougla ABC poveća za svoju četvrtinu. Izračunati unutrašnji ugao kod temena C.

12. Na stranici AC oštrouglog trougla ABC date su tačke D i E takve da je duž BD visina trougla ABC, a prava BE simetrala ugla ABC. Na stranici BC data je tačka F , takva da je duž EF visina trougla BCE. Ako je $\measuredangle DBE = 20°$,$\measuredangle BEF = 50°$, izračunati unutrašnje uglove trouglaABC. Razlikovati slučajeve A-E-D i A-D-E.

13. Simetrala ugla na osnovici jednakokrakog trougla seče bočnu stranicu pod uglom jednakim uglu na osnovici. Odrediti uglove tog trougla.

14. Ako je zbir dva spoljašnja ugla trougla 270 stepeni, onda je taj trougao pravougli. Dokazati.

15. U pravouglom trouglu (ugao kod temena C je prav) konstruisane su simetrale AD i BE uglova u temenima A i B. Iz tačaka D i E konstruisane su normale DN i EM na hipotenuzu. Dokazati da je $\measuredangle MCN = 45°$.

16. Izračunati unutrašnje uglove jednakokrakog trougla ako:

a) visina koja odgovara jednom kraku odredjuje sa drugim krakom ugao od 32°;

b) visine koje odgovaraju kracima seku pod uglom od 48°;

c) simetrala ugla na osnovici seče simetralu ugla pri vrhu , pod uglom od 130°.;

d) visina koja odgovara kraku i visina koja odgovara osnovici obrazujuu oštar ugao ε.

e) simetrala ugla na osnovici seče naspramni krak pod tupim uglom θ.

17. U trouglu ABC simetrale uglova γ i β_1 imaju zajedničku tačku D. Dokazati da je $\measuredangle BDC = \frac{\alpha}{2}$.

18. U trouglu ABC je $\measuredangle BAC = 20°$ i AB=AC. Date su tačke D∈ AB i $E \in AC$, takve da je $\measuredangle BCD = 60°$ i $\measuredangle CBE = 50°$. Izračunati uglove CDE i BED.

19. Neka su M i N središta stranica AB i AC trougla ABC i neka su MP=AB/2 i NQ=AC/2 normale na stranicama AB i AC , koje su van trougla ABC. Ako je tačka L središte stranice BC, dokazati da je LP=LQ.

20. U ravni trougla ABC, izvan trougla , data je tačka P . Dokazati da je zbir duži PA, PB i PC veći od poluobima trougla.