OSCILACIJE
za gimnaziju – jezički smer

Harmonijske oscilacije

Oscilacije su vrsta periodičnog kretanja koja se ponavlja na isti način u jednakim vremenskim intervalima.

Oscilacije mogu biti nepravilne – neharmonijske i pravilne – harmonijske. U ovoj oblasti ćemo se baviti linearnim harmonijskim oscilacijama.

Opis linearnog harmonijskog oscilovanja bi morao da sadrži sledeće stavke: oscilovanje se mora odvijati duž jedne prave linije – zato su ove oscilacije linearne, putanja po kojoj se oscilator kreće se ne sme ni povećavati ni skraćivati u toku vremena, oscilacije moraju biti savršeno simetrične u odnosu na središnju tačku putanje, u svakoj narednoj oscilaciji kretanje se mora ponavljati na potpuno isti način kao u prethodnoj, itd.

Oscilatorno kretanje ćemo razmatrati na primeru kretanja tega mase m obešenog o oprugu čiji je koeficijent elastičnosti obeležen sa k.

Parametri oscilovanja su fizičke veličine kojima opisujemo oscilatorno kretanje tela i to su:

Elongacija x je trenutno rastojanje tela koje osciluje od ravnotežnog položaja R. Elongacija se menja tokom oscilovanja. Jedinica za elongaciju je 1 metar (m).

Amplituda x_o je najveća udaljenost tela koje osciluje od ravnotežnog položaja. Amplituda je jednaka maksimalnoj elongaciji: $x_o = x_{max}$. Jedinica za amplitudu je 1 metar (m).

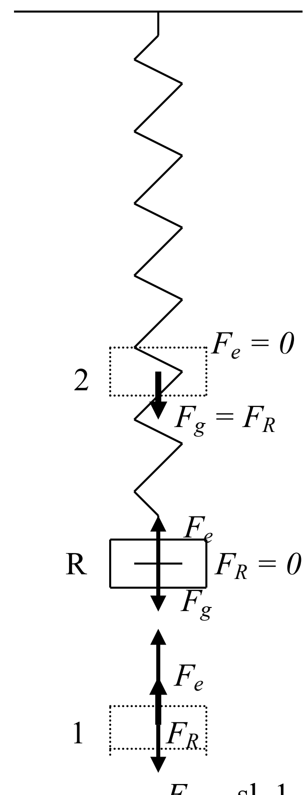
Puna oscilacija je završena kada telo iz amplitudnog položaja (1) ode do drugog amplitudnog položaja (2) i onda se vrati nazad u položaj (1).

Period oscilovanja T je vreme za koje telo izvrši jednu punu oscilaciju. Jedinica za period je 1 sekunda (s).

Frekvencija ν (ni) je broj punih oscilacija koji telo napravi u jednoj sekundi. Jedinica za frekvenciju je 1 Herc (Hz).

Frekvencija i period oscilovanja su povezani obrascem:

$$\nu = \frac{1}{T}$$



sl. 1.

Osnovu za ovaj obrazac možemo videti iz sledeće tablice:

period T (s)	frekvencija ν (Hz)
$\frac{1}{2}$	2
$\frac{1}{5}$	5
$\frac{1}{10}$	10
$\frac{1}{100}$	100

Iz prethodne tablice je očigledno da su period i frekvencija recipročne veličine, što je i iskazano obrascem koji ih povezuje.

Ako pogledamo sile koje deluju na teg vidljivo je da su to: elastična sila opruge F_e – koja vuče teg uvis i gravitaciona sila F_g – koja teg vuče naniže. Jasno je da se ove dve sile – zbog jednake jačine – poništavaju u ravnotežnom položaju R. Gravitaciona sila je praktično iste jačine u svim položajima, ali se zato jačina elastične sile menja sa promenom položaja – što je prikazano u sledećoj tabeli. Osnova ovakve promene elastične sile je manje ili veće istezanje opruge. Pri manjem istezanju sila je slabija, a pri većem istezanju elastična sila je jača. U tabeli su prikazane i odgovarajuće jačine rezultujuće sile F_R . Njene vrednosti se dobijaju kao razlika gravitacione i elastične sile, zato sto su njih dve suprotnog smera.

Sa sl. 1. a i iz tabele mogu se uočiti dve važne osobine rezultujuće sile:

- ona je uvek usmerena ka ravnotežnom položaju i
- ona sve jače deluje na oscilator ukoliko se on udaljava od ravnotežnog položaja.

Gravitaciona sila $F_g\,(N)$	Elastična sila $F_e\,(N)$	Rezultujuća sila $F_R\,(N)$	
2	0	2	položaj 2
2	1	1	
2	2	0	ravnotežni položaj
2	3	1	
2	4	2	položaj 1

Ako teg na opruzi na sl. 1. smatramo za linearni harmonijski oscilator – što je moguće samo ako je zanemaren otpor vazduha i ako se opruga smatra apsolutno elastičnom – tada prethodno navedene osobine rezultujuće sile možemo iskoristiti za definiciju harmonijskog oscilovanja:

Oscilacije tela su harmonijske ako njima upravlja sila koja mora da ima sledeće dve osobine: ona mora da uvek bude usmerena ka ravnotežnom položaju i mora da bude direktno srazmerna elongaciji.

U slučaju oscilovanja tela na opruzi reč je o rezultujućoj sili, a u opštem slučaju ona se naziva restituciona sila.

Navedene dve osobine ove sile se mogu iskazati i sledećim obrascem:

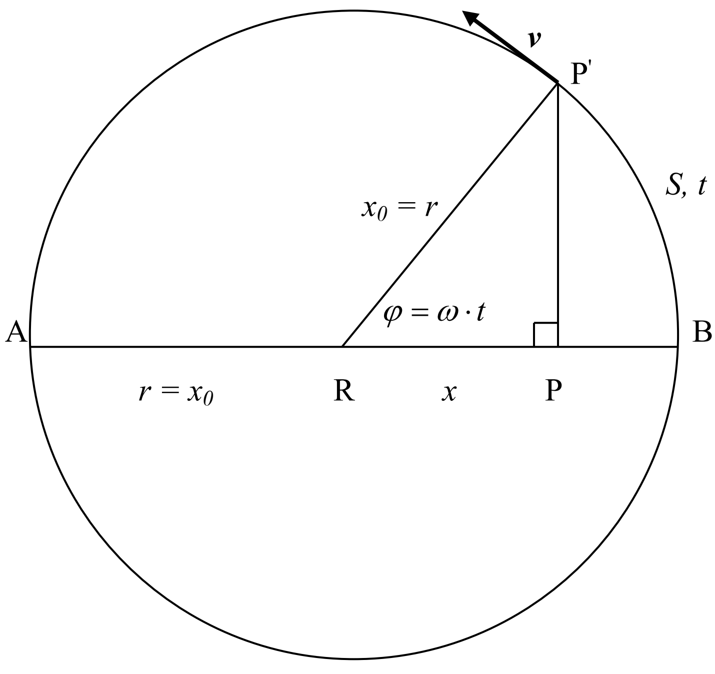
$$F_R = -k \cdot x\,,$$

gde je x – elongacija, a k – koeficijent elastičnosti opruge, a to je konstanta za datu oprugu. Znakom »minus« u obrascu pokazuje se da je restituciona sila uvek usmerena ka ravnotežnom položaju, dok nam preostali deo obrasca kaže da je restituciona sila direktno srazmerna elongaciji.

Zavisnost elongacije LHO – a od vremena – bez početne faze

Problem sa harmonijskim oscilovanjem je što realno ne postoji telo koje bi moglo da ispuni stroge uslove potrebne da bi to telo bilo linearni harmonijski oscilator.

Ipak, postoji bar model linearnog harmonijskog oscilatora. Ovaj model je prikazan na sl. 2. Na bilo koji način se obezbedi da se telo kreće ravnomerno po krugu, a linearni harmonijski oscilator je tada njegova projekcija, tj. senka na horizontalnom prečniku tog kruga.



sl. 2.

U ovom slučaju uzećemo da telo kreće iz tačke B i da u toku vremena t pređe u tačku P'. Tada se senka tela nalazi u tački P, a to znači na rastojanju x od centra kruga. Telo se kreće stalnom periferijskom brzinom v i za vreme t pređe put S , od tačke B do tačke P', ako kretanje tela po krugu smatramo za translaciju.

Međutim, kružno kretanje ovog tela možemo posmatrati i kao rotaciju, a u tom slučaju može se reći da je telo u toku vremena t, krećući se stalnom ugaonom brzinom ω prešlo ugao φ. U tom slučaju, kao što je i na slici napisano: $\varphi = \omega \cdot t$.

Iz pravouglog trougla ΔRPP' sledi:

$$\cos\varphi = \frac{x}{r} = \frac{x}{x_0},$$

zato što je poluprečnik kruga amplituda, jer se centar kruga može smatrati za ravnotežni položaj R. Sledi:

$$x = x_0 \cdot \cos\varphi$$

tj.

$$x = x_0 \cdot \cos\omega \cdot t .$$

Nove veličine koje učestvuju u prethodnom izvođenju su:

<u>Faza oscilovanja φ (fi)</u> je broj punih uglova pređenih za određeno vreme oscilovanja:

$$\varphi = \omega \cdot t .$$

<u>Ugaona brzina</u> tela koje se kreće po krugu je za senku, tj. za naš linearni harmonijski oscilator: <u>kružna frekvencija ω (omega)</u> i to je broj punih uglova pređenih u jednoj sekundi. Pun ugao je 360^o i odgovara jednoj punoj oscilaciji. Jedinica za kružnu frekvenciju je 1 radijan u sekundi (rad / s). Ugao od jednog radijana se dobija kada se pun ugao od 360^o podeli sa $2\pi = 2 \cdot 3{,}14 = 6{,}28$ i iznosi:

$$1rad = \frac{360^o}{2\pi} = \frac{360^o}{6{,}28} = 57{,}325^o .$$

U izvedenom obrascu: $x = x_0 \cdot \cos\omega \cdot t$, amplituda x_0 i kružna frekvencija ω su konstante za dato oscilovanje, a promenljive veličine su: elongacija x i vreme t. Zato ovaj obrazac možemo shvatiti kao zavisnost (funkciju) elongacije od vremena. Ova zavisnost je periodična, što je prikazano kosinusnom funkcijom.

Ovaj obrazac možemo upotrebiti i za definiciju harmonijskog oscilovanja na sledeći način:

Telo je linearni harmonijski oscilator ako zavisnost njegove elongacije od vremena glasi:

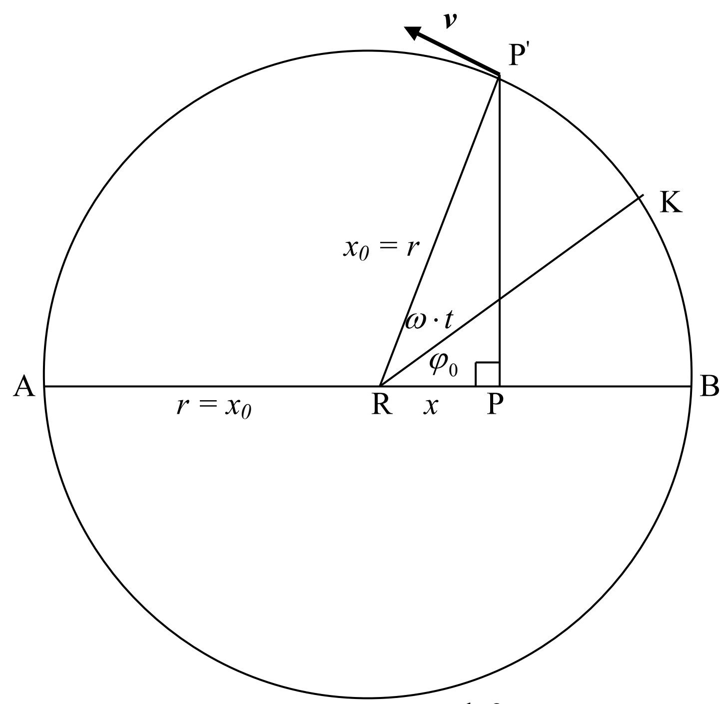
$$x = x_0 \cdot \cos\omega \cdot t .$$

Zavisnost elongacije LHO – a od vremena – sa početnom fazom

Kako je telo na početku vremena t krenulo iz tačke B, to znači da je njegova senka, tj naš linearni harmonijski oscilator krenuo iz amplitudnog položaja – vidi sl. 2. To je najjednostavniji slučaj i zato predstavlja specijalan slučaj. Opšti slučaj je kada telo krene iz ma koje tačke na krugu različite od tačaka A i B. Upravo je to situacija na sl. 3. Telo kreće iz tačke K i za vreme t stiže u tačku P'. Pritom ono, stalnom ugaonom brzinom ω prelazi ugao $\omega \cdot t$. Međutim, na početku vremena t telo se nalazi u tački K, a ne u tački B, pa se može reći da se nalazi za ugao φ_0 pomaknuto u odnosu na tačku B. Ugao φ_0 se naziva <u>početna faza</u>.

Sada je ugaoni pomeraj od tačke B do tačke P' :

$$\varphi = \omega \cdot t + \varphi_0 .$$



sl. 3.

Iz pravouglog trougla ΔRPP' :

$$\cos\varphi = \frac{x}{x_0}$$

sledi: $$x = x_0 \cdot \cos\varphi$$

tj. $$x = x_0 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

U ovom slučaju konstante za dato oscilovanje su: amplituda x_0, kružna frekvencija ω i početna faza φ_0. Ponovo su promenljive: elongacija x i vreme t, pa se ponovo može reći da je elongacija periodična funkcija vremena.

I ovaj obrazac je moguće iskoristiti za definiciju harmonijskih oscilacija, kao i u prethodnom slučaju:

Telo je linearni harmonijski oscilator ako zavisnost njegove elongacije od vremena glasi:

$$x = x_0 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0).$$

Obrazac iz prethodnog slučaja: $x = x_0 \cdot \cos\omega \cdot t$ dobija se ako se u prethodnom obrascu uzme da je $\varphi_0 = 0$, a to se dešava ako telo ne krene iz tačke K, već iz tačke B.

Zavisnost brzine LHO – a od vremena

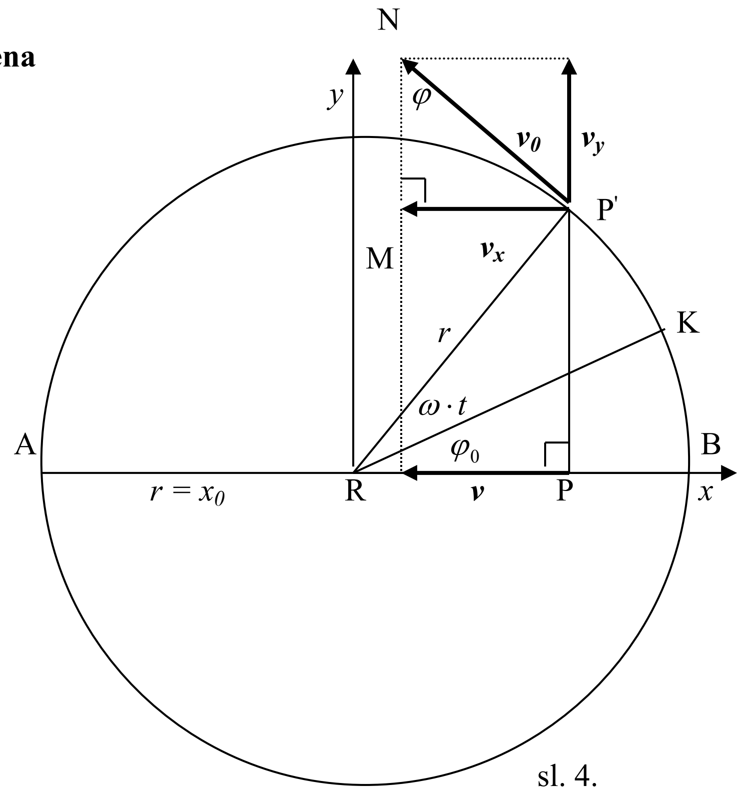
Kao i u prethodnom slučaju ovo je slučaj sa početnom fazom, što znači da na početku vremena t telo kreće iz tačke K. Na sl. 4. periferijska brzina tela u tački P' je razložena na x i y komponentu i važno je uočiti da je njena komponenta v_x jednaka brzini LHO – a, koji se u tom trenutku nalazi u tački P.

Ugao: $\varphi = \omega \cdot t + \varphi_0$ iz pravouglog trougla ΔRPP' jednak je uglu φ iz pravouglog trougla ΔMP'N – jednaki su kao uglovi sa međusobno normalnim kracima.

Iz trougla ΔMP'N sledi:

$$\sin\varphi = -\frac{v_x}{v_0}.$$

Znak »minus« u ovom obrascu je zato što je smer brzine v_x suprotan utvrđenom smeru x – ose. Sledi:



sl. 4.

$$v_x = -v_0 \cdot \sin\varphi$$

Kako je: $v_x = v$, $v_0 = \omega \cdot r = \omega \cdot x_0$ i $\varphi = \omega \cdot t + \varphi_0$ zamenom u prethodni obrazac dobija se:

$$v = -\omega \cdot x_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0).$$

gde je v_0 i brzina kojom se telo kreće kružno i maksimalna brzina senke tj. LHO - a.

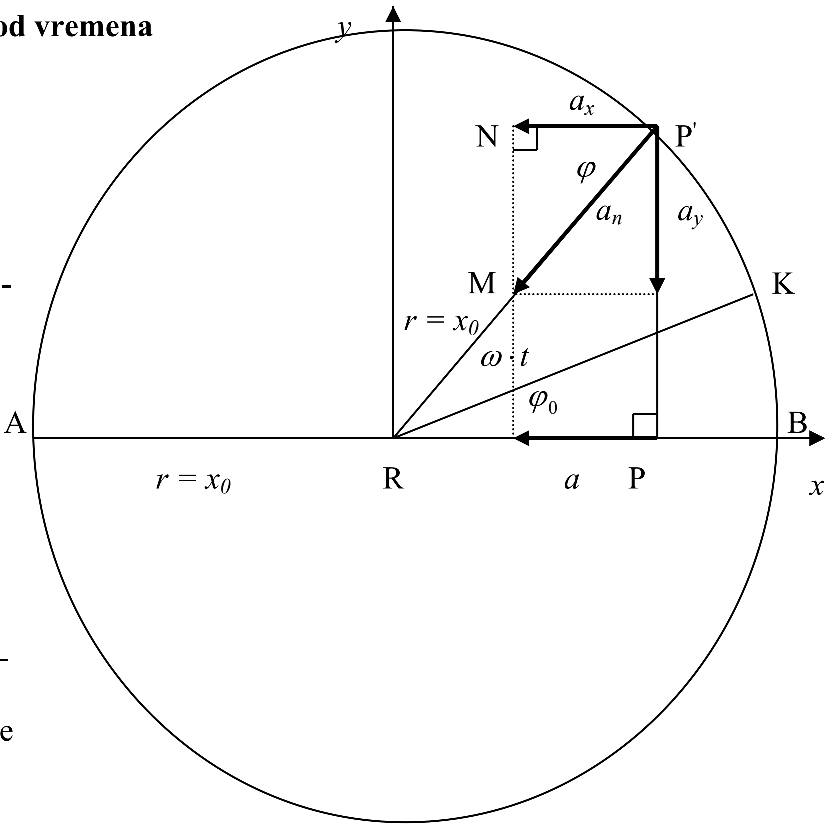
Ovo je tražena zavisnost brzine LHO – a od vremena. Kao i u prethodnim obrascima, sve veličine osim brzine LHO – a i vremena su konstante za dato oscilovanje. Kao što se i moglo očekivati i ova zavisnost je periodična, tj. brzina je sinusna funkcija vremena.

Na osnovu izvedenog obrasca možemo izreći i sledeću definiciju harmonijskog oscilovanja:

Telo je LHO – ako je njegova zavisnost brzine od vremena izražena formulom:

$$v = -\omega \cdot x_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0).$$

Zavisnost ubrazanja LHO – a od vremena



sl. 5.

Na sl. 5. prikazan je već, iz prethodnih primera, poznat slučaj. Samo što je sada prikazano normalno, tj centripetalno ubrzanje tela koje se kreće kružno. Telo, koje se kreće ravnomerno kružno, ima normalno ubrzanje zato što mu se tokom kretanja menja pravac brzine, što je poznato iz kinematike. Tada je:

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(r \cdot \omega)^2}{r} = \frac{r^2 \cdot \omega^2}{r} = r \cdot \omega^2 .$$

Kako je u posmatranom primeru:

$$r = x_0$$

sledi:

$$a_n = \omega^2 \cdot x_0 .$$

Ovo ubrzanje je razloženo na x i y komponentu, pri čemu se sa slike vidi da je njegova x komponenta isto što i ubrzanje LHO – a, tj senke tela na horizontalnom prečniku:

$$a_x = a .$$

Iz pravouglog trougla ΔRPP' ugao: $\varphi = \omega \cdot t + \varphi_0$ jednak je uglu $\angle$MP'N (kao naizmenični uglovi). Iz pravouglog trougla ΔMP'N:

$$\cos\varphi = -\frac{a_x}{a_n} .$$

Minus u obrascu je zato što je smer ubrzanja a_x suprotan smeru x – ose. Sledi:

$$a_x = -a_n \cdot \cos\varphi .$$

Kako je: $a_x = a$, $a_n = \omega^2 \cdot x_0$ i $\varphi = \omega \cdot t + \varphi_0$ sledi:

$$a = -\omega^2 \cdot x_0 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) .$$

gde je $a_n = a_0$, pa je to i normalno ubrzanje tela i maksimalno ubrzanje senke tj. LHO – a.

Ovo je tražena zavisnost ubrzanja LHO – a od vremena. I ovde je uočljivo da je ubrzanje periodična tj. kosinusna funkcija vremena.

Na osnovu izvedenog obrasca možemo izreći i sledeću definiciju harmonijskog oscilovanja:

Telo je LHO ako njegovo ubrzanje zavisi od vremena na sledeći način:

$$a = -\omega^2 \cdot x_0 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) .$$

Zanimljivo je da je poslednji deo ove formule:

$$x_0 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) = x$$

pa se prethodna formula može pisati i u sledećoj skraćenoj formi:

$$a = -\omega^2 \cdot x .$$

Veza kružne frekvencije i perioda oscilovanja

Počećemo sa identitetom:

$$\omega \cdot t + \varphi_0 = \omega \cdot t + \varphi_0$$

I leva i desna strana relacije predstavljaju fazu, tj. ugao za koji je telo koje kruži odmaklo od tačke B, tj. za koliko je LHO odmakao od amplitudnog položaja.

Sledeći korak je da i levu i desnu stranu povećamo za 360^o:

$$\omega \cdot (t + T) + \varphi_0 = \omega \cdot t + \varphi_0 + 2\pi\,.$$

Na levoj strani relacije povećanje za pun ugao je dato kroz povećanje proteklog vremena t za period oscilovanja T, tj. za vreme potrebno da telo koje kruži pređe pun krug. Na desnoj strani relacije ovo povećanje je u formi direktnog povećanja faze kao ugla za 2π (u radijanima).

Sledi:

$$\omega \cdot t + \omega \cdot T + \varphi_0 = \omega \cdot t + \varphi_0 + 2\pi$$

$$\omega \cdot T = \omega \cdot t - \omega \cdot t + \varphi_0 - \varphi_0 + 2\pi$$

$$\omega \cdot T = 2\pi$$

odakle je: $$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad \text{ili} \qquad T = \frac{2\pi}{\omega}\,.$$

Veza frekvencije i kružne frekvencije

Iz prethodno izvedene relacije: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot \frac{1}{T}$ i relacije: $\nu = \frac{1}{T}$ sledi:

$$\omega = 2\pi \cdot \nu\,.$$

Dobijena veza se mogla i očekivati zato što se frekvencija meri u obrtajima u sekundi, dok se ugaona frekvencija meri u radijanima u sekundi, a poznato je da je:

1 obrtaj $= 2\pi$ radijana.

Veza koeficijenta elastičnosti opruge i ugaone frekvencije

U slučaju da teg na opruzi smatramo za LHO poznato je da je restituciona sila:

$$F_R = -k \cdot x$$

Sa druge strane restituciona sila masi oscilatora daje ubrazanje (po II Njutnovom zakonu), pa je:

$$F_R = m \cdot a\,.$$

Kako teg smatramo za LHO, njegovo ubrzanje je:

$$a = -\omega^2 \cdot x$$

pa je:

$$F_R = -m \cdot \omega^2 \cdot x\,.$$

Izjednačavanjem poslednje i prve formule dobija se:

$$-m \cdot \omega^2 \cdot x = -k \cdot x\,,$$

pa je:

$$\omega^2 = \frac{k}{m}\,.$$

Dakle:

$$k = m \cdot \omega^2 \qquad \text{ili} \qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}\,.$$

Period tega na opruzi kao LHO – a

U prethodnoj lekciji je izvedeno da je:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}},$$

a zna se da veza perioda i ugaone frekvencije glasi:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Zamenom se dobija:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}}.$$

Sledi konačno:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

što je period tega na opruzi kao LHO – a.

Ukupna mehanička energija LHO – a

Ukupna mehanička energija svakog tela pa i LHO – a je jednaka zbiru njegove kinetičke i potencijalne energije:

$$E = E_k + E_p.$$

Kinetička energija je:

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2.$$

Kako je brzina LHO – a:

$$v = -\omega \cdot x_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

sledi:

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot (-\omega \cdot x_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0))^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot x_0^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t + \varphi_0).$$

Kako je: $k = m \cdot \omega^2$, sledi konačno:

$$E_k = \frac{1}{2} k \cdot x_0^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

Potencijalna energija tega na opruzi je:

$$E_p = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

Kako je teg LHO njegova elongacija je:

$$x = x_0 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0).$$

Zamenom se dobija:

$$E_p = \frac{1}{2} k \cdot (x_0 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0))^2.$$

Konačno je:

$$E_p = \frac{1}{2} k \cdot x_0^2 \cdot \cos^2(\omega \cdot t + \varphi_0).$$

Zamenom dobijenih obrazaca za kinetičku i potencijalnu energiju u početni obrazac za ukupnu mehaničku energiju dobija se:

$$E = \frac{1}{2} k \cdot x_0^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t + \varphi_0) + \frac{1}{2} k \cdot x_0^2 \cdot \cos^2(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

$$E = \frac{1}{2} k \cdot x_0^2 \cdot \left(\sin^2(\omega \cdot t + \varphi_0) + \cos^2(\omega \cdot t + \varphi_0)\right).$$

Iz trigonometrije je poznato da je: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, pa je izraz u zagradi $= 1$. Sledi konačno:

$$E = \frac{1}{2} k \cdot x_0^2 .$$

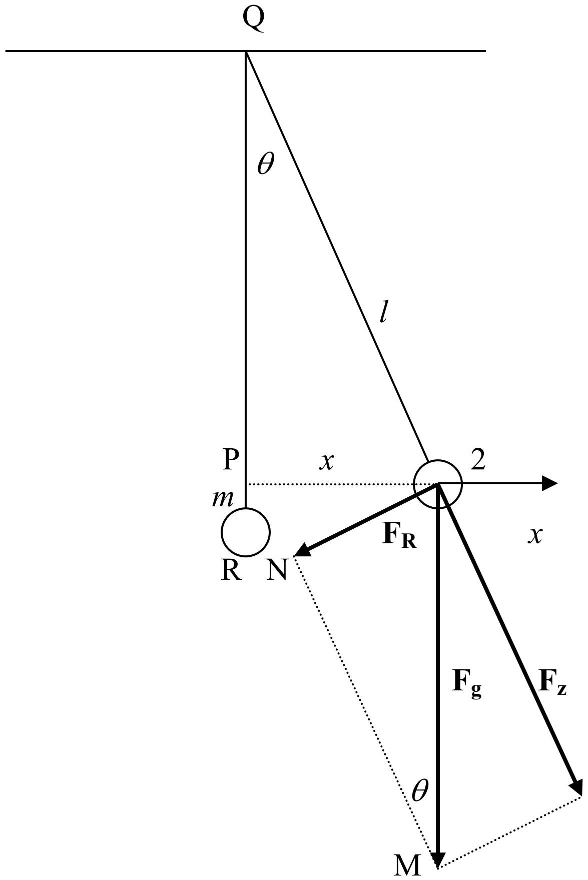
Dakle, ukupna mehanička energija LHO – a je direktno srazmerna kvadratu amplitude.

Matematičko klatno

Matematičko klatno je idealizacija realnog klatna. Smatra se da je sva masa klatna skoncentrisana u kuglici, što znači da je masa konca zanemarljiva. Da bi matematičko klatno mogli smatrati za LHO potrebno je da njegova putanja bude pravolinijska, a ona je realno deo kružnice. Međutim, ako je ugao otklona klatna mali, tada se putanja klatna može smatrati približno pravolinijskom. Da bi se sprečilo prigušenje oscilacija treba maksimalno smanjiti sile trenja u tački vešanja i otpora vazduha, a onda njihovo dejstvo smatrati zanemarljivim.

Na sl. 6. prikazano je matematičko klatno. Na kuglicu mase m deluje gravitaciona sila a u tački 2 ova sila je razložena na dve komponente: komponentu F_R koja deluje duž tangente na putanju klatna u tački 2 i na komponentu F_z koja deluje duž pravca koji zauzima konac kada je klatno u tački 2.

Komponenta F_z gravitacione sile nema veći značaj za kretanje klatna, osim što izaziva zatezanje konca.



sl. 6.

Komponenta F_R gravitacione sile izaziva usporavanje kuglice dok se ona kreće ka tački 2, a kada se kreće od tačke 2 ka ravnotežnom položaju R ona je ubrzava. Dakle ova komponenta ima ulogu restitucione sile, pa je to razlog što je obeležena sa F_R.

Iz pravouglih trouglova ΔP2Q i ΔM2N sledi: $\sin\theta = \frac{x}{l}$ i $\sin\theta = \frac{F_R}{F_g}$.

Dakle:
$$\frac{F_R}{F_g} = -\frac{x}{l} .$$

Znak minus u obrascu pokazuje da F_R komponenta gravitacione sile ima smer suprotan smeru x – ose.

$$F_R = -F_g \cdot \frac{x}{l} = -m \cdot g \cdot \frac{x}{l} .$$

Sa druge strane F_R masi kuglice daje ubrzanje, pa je:

$$F_R = m \cdot a .$$

Kako klatno smatramo za LHO, tada je ubrzanje a u stvari ubrzanje LHO – a:

$$a = -\omega^2 \cdot x ,$$

pa je:
$$F_R = -m \cdot \omega^2 \cdot x .$$

Izjednačavanjem izraza za F_R dobija se:

$$-m \cdot \omega^2 \cdot x = -m \cdot g \cdot \frac{x}{l}$$

sledi: $\omega^2 = \frac{g}{l}$ tj. $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$.

Kako je: $T = \frac{2\pi}{\omega}$

dobijamo: $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l}}}$, ili konačno:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \, .$$

Izvedeni obrazac za period matematičkog klatna kao LHO – a pokazuje da je period direktno srazmeran dužini konca. To znači da će duže klatno oscilovati sporije, dok će kraće klatno oscilovati brže, što se na osnovu našeg neposrednog iskustva i moglo očekivati.

Ovaj obrazac je moguće koristiti za jednostavno merenje gravitacionog ubrzanja g. Dovoljno je izmeriti dužinu i period klatna, a onda je moguće elementarnom matematikom izračunati ubrzanje g na mestu gde je merenje izvršeno.

Vrste oscilacija. Rezonancija

Prema vrsti sila koje deluju na oscilator sve oscilacije delimo na: slobodne i prinudne.

Prema amplitudi oscilovanja sve oscilacije delimo na: prigušene i neprigušene i progresivne.

Oscilacije tela su slobodne ako se posle početnog pokretanja klatna telo prepusti delovanju prirodnih sila kao što su: gravitaciona sila zemljine teže, sila trenja, sila otpora vazduha, elastična sila opruge itd.

Oscilacije tela su prinudne ako na telo deluje bar jedna: spoljašnja, prinudna, periodična i najčešće namerno izazvana sila.

Oscilacije tela su prigušene ako se tokom oscilovanja amplituda skraćuje, a telo se posle izvesnog vremena zaustavi. Prigušenje obično izazivaju sile trenja i otpora vazduha, pa su zato slobodne oscilacije istovremeno i prigušene.

Oscilacije tela su neprigušene ako je amplituda oscilovanja stalna. Ovakvo oscilovanje je moguće ostvariti samo ako se klatnu dodaje energija tokom oscilovanja, a to se obično radi nekom spoljašnjom, periodičnom i prinudnom silom – a to znači da prinudne oscilacije mogu biti neprigušene.

Oscilacije tela su progresivne ako se tokom oscilovanja amplituda oscilovanja povećava.

Međutim, postoji mogućnost da jačina prinudne, periodične sile bude toliko velika da dođe do naglog povećavanja amplitude oscilovanja i tada kažemo da je nastupila rezonancija.

Rezonancija je naglo povećanje amplitude prinudnog oscilovanja kada je frekvencija prinudne periodične sile jednaka sopstvenoj frekvenciji oscilatora, pod uslovom da je ta prinudna sila dovoljno jaka.

Dakle, prinudne oscilacije postaju progresivne u slučaju rezonancije.

U prethodnoj definiciji se pominje sopstvena frekvencija oscilatora. To je frekvencija koja zavisi od karakteristika samog oscilatora – a dato telo, tj. oscilator, uvek osciluje sopstvenom frekvencijom ako su njegove oscilacije slobodne.

Kao primer za sve napred navedene vrste oscilacija mogli bi da koristimo dete na ljuljaški. Ako tata zaljulja malo dete i ostavi ga, pa sedne na klupu da čita novine – tada imamo slobodne oscilacije. Međutim, kako bi ove oscilacije bile istovremeno i prigušene dete bi vrlo verovatno počelo da plače, što bi nateralo tatu da stane iza ljuljaške i da je gurne napred svaki put kada ona stigne do njega. Sila kojom bi on tada delovao na ljuljašku bi bila: prinudna, periodična (zato što između dva uzastopna delovanja prođe tačno jedan period oscilovanja), nesumnjivo namerno izazvana i spoljašnja. Dakle oscilacije ljuljaške su sada prinudne, ali i neprigušene – zato što je to i bila namera kod započinjanja dejstva ove sile.

Primer za rezonanciju bi mogla da bude četa vojnika koja gazi strojevi korak preko nekog mosta. Kako svako telo (pa i most) ima svoju sopstvenu frekvenciju, može se desiti da se frekvencija koraka kao prinudne periodične sile izjednači sa sopstvenom frekvencijom mosta, što bi izazvalo prvo njegovo oscilovanje, a onda i povećanje amplitude tog oscilovanja, što bi nakraju moglo da dovede i do rušenja mosta. Ma koliko to bilo neverovatno, ovo se u prošlosti desilo jednoj četi engleskih vojnika. Zato u PS – u (pravilo službe) naše vojske piše da je zabranjeno gaziti strojevi korak preko mostova.

U SAD udari vetra su srušili jedan veliki most, jer je se frekvencija udara izjednačila sa sopstvenom frekvencijom tog mosta.

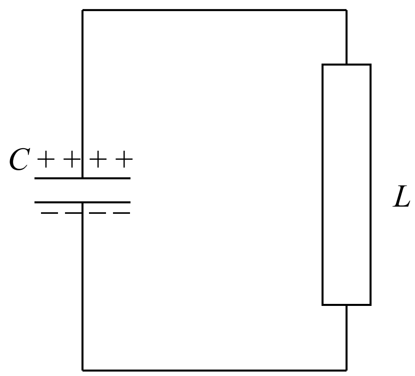
Mašinski inženjeri koji projektuju motore upravo zbog rezonancije moraju da paze – da sopstvene frekvencije delova tih motora budu daleko od frekvencija zvukova koje ti motori pri radu priozvode, da ne bi došlo rezonancije, tj. do njihovog oštećenja.

Električne oscilacije. Zatvoreno oscilatorno električno kolo – LC kolo

Zatvoreno oscilatorno električno kolo se sastoji od kalema koeficijenta samoindukcije L i kondenzatora kapaciteta C. Zato se ovo kolo skraćeno naziva LC – kolo.

U LC – kolu se dešavaju električne oscilacije.

Na početku jedne pune električne oscilacije jedna (recimo donja) ploča kondenzatora je naelektrisana negativno a gornja je naelektrisana pozitivno (sl. 3.).



sl. 3.

U prvoj četvrtini pune oscilacije elektroni, kojih je u višku na donjoj ploči a u manjku na gornjoj, pokušavaju da uspostave ravnotežu – pa kroz žicu prelaze sa mesta svog viška na mesto manjka, tj. sa donje na gornju ploču. To njihovo kretanje predstavlja struju u LC – kolu.

U jednom trenutku, koji odgovara kraju prve četvrtine pune oscilacije, elektroni postižu ravnotežu svog broja na obe ploče i počevši od tog trenutka oni više nemaju nikakav razlog da se dalje kreću ka gornjoj ploči, pa zbog toga započne njihovo zaustavljanje. Međutim smanjivanje njihove brzine znači smanjivanje jačine struje u kolu Δi, zato što je: $i = n \cdot e \cdot v \cdot S$, tj. zato što je jačina struje direktno srazmerna brzini elektrona.Zbog toga se u kalemu javlja vrlo jaka elektromotorna sila samoindukcije $\varepsilon_{si} = -L\dfrac{\Delta i}{\Delta t}$, koja teži da spreči promenu struje, a to znači da sprečava elektrone da se zaustave. Elektroni zbog toga, u drugoj četvrtini perioda produžavaju svoje kretanje ka gornjoj ploči – koja zbog toga postaje negativna, a donja zbog odlaska elektrona postaje pozitivna.

U jednom trenutku – koji odgovara kraju druge četvrtine, tj. prve polovine perioda – elektroni se konačno zaustave, ali sada su u višku na gornjoj, a u manjku na donjoj ploči. Zato se oni pokrenu u suprotnom smeru pokušavajući da ponovo uspostave ravnotežu na pločama. Tako otpočinje druga polovina perioda u kojoj se dešavaju potpuno iste stvari kao i u prvoj polovini perioda samo je smer kretanja elektrona sada od gornje prema donjoj ploči.

Na kraju celog perioda slika je ista kao i na početku, pa sve kreće iznova ...

Kod mehaničkih oscilacija dolazi do stalnog pretvaranja kinetičke energije u potencijalnu i obrnuto, dok kod električnih oscilacija dolazi do pretvaranja energije električnog polja (u kondezatoru) u energiju magnetnog polja (u kalemu) i obrnuto.

Period električnog oscilovanja u LC – kolu se određuje iz Tomsonovog obrasca:

$$T = 2\pi\sqrt{L \cdot C}\,.$$