

# Naizmjenična struja

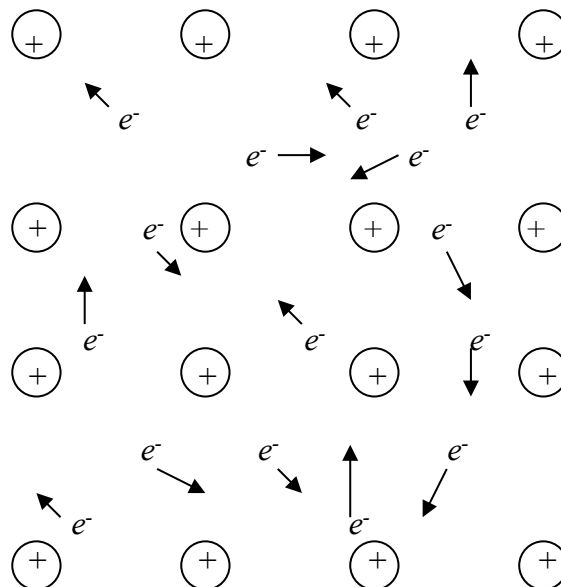
## Uvod

Da bi se mogao razumeti fenomen naizmjenične struje potrebno je poređenje sa jednosmernom strujom. Evo ponovljenih osnovnih činjenica o jednosmernoj struji u metalima.

Metali su dobri provodnici struje.

Uzrok tome je što atomi metala lako ispuštaju svoje valentne elektrone u međuatomski prostor. Kako su većina metala elementi I, II ili III grupe periodnog sistema, isti toliki je i broj valentnih elektrona u atomu. Dakle, atomi metala ispuštanjem elektrona postaju pozitivni joni, pa slika kristalne rešetke metala ( prikazana na sl. 1. ) je da se u čvorovima kristalne rešetke nalaze pozitivni joni, a da se u međuatomskom prostoru nalazi jako veliki broj slobodnih elektrona, koji se haotično kreću u svim pravcima, po čemu podsećaju na molekule gasa, pa se zato često nazivaju "elektronski gas".

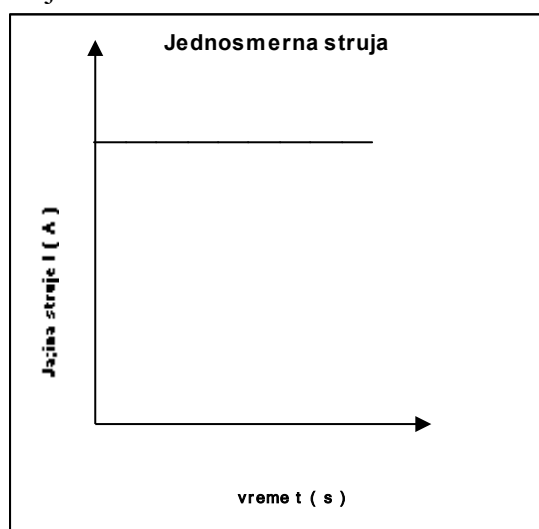
Ako na jedan kraj metala dovedemo pozitivno, a na drugi negativno naelektrisanje, doći će do usmerenog kretanja slobodnih elektrona od negativnog ka pozitivnom naelektrisanju. Ovakvo kretanje slobodnih elektrona predstavlja jednosmernu struju u metalu. Dakle, definicija jednosmerne struje u metalnom provodniku glasi: Jednosmerna struja u metalu je usmereno kretanje slobodnih elektrona kroz međuatomski prostor, koje je obično izazvano spoljašnjim električnim poljem.



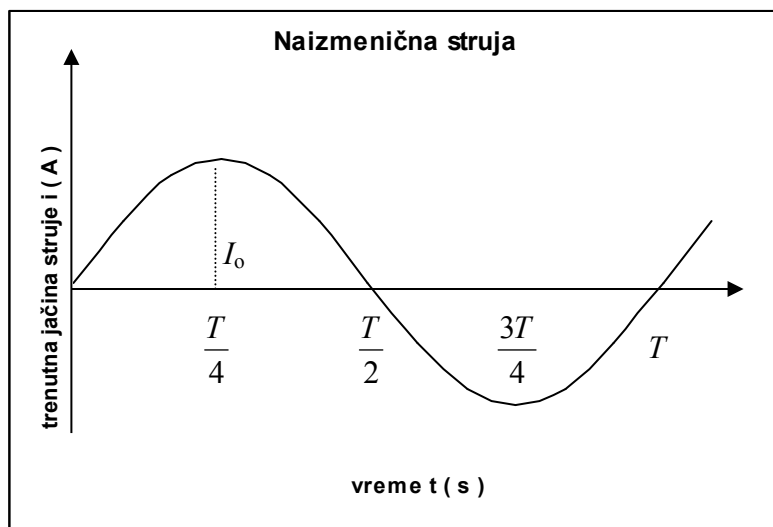
sl. 1.

Naizmjenična struja u metalu se razlikuje od jednosmerne po tome što se slobodni elektroni kreću naizmjenično levo – desno, što je i razlog za naziv: »naizmjenična struja«. Način da se elektroni nateraju na ovakav način kretanja je otkriven u XIX veku i zasniva se na Faradejevom zakonu elektromagnetne indukcije i njegovom III i II eksperimentu. Naime, izvori naizmjenične struje su generatori čiji se princip rada zasniva na III i II Faradejevom eksperimentu, o čemu će kasnije biti reči.

Još jedna od razlika naizmjenične struje stvorene generatorom i jednosmerne struje izazvane hemijskim izvorom struje ( recimo baterijom ) može se prikazati i grafikom zavisnosti jačina ove dve struje od vremena:



graf 1.



graf. 2.

Jačina jednosmerne struje je stalna tokom vremena, dok je jačina naizmenične struje periodično promenljiva funkcija vremena čiji je oblik:

$$i = I_0 \cdot \sin \omega \cdot t.$$

gde su:  $i$  – trenutna jačina struje,  $I_0$  – maksimalna ( amplitudna ) vrednost jačine struje,  $\omega$  – kružna frekvencija struje i  $t$  – vreme.

Deo grafika iznad  $t$  – ose prikazuje jedan, a deo grafika ispod nje drugi smer kretanja elektrona u provodniku, tj. naizmenične struje.

Kao i trenutna jačina struje tako i trenutna vrednost napona  $u$  je:

$$u = U_0 \cdot \sin \omega \cdot t$$

gde je  $U_0$  maksimalna vrednost napona.

Da bi jačina struje i napon bile ovakve pravilne periodične funkcije vremena potrebno je da izvor struje stvara elektromotornu silu koja je i sama pravilna periodična funkcija vremena:

$$\varepsilon = E_0 \cdot \sin \omega \cdot t.$$

Upravo ovakvu elektromotornu silu indukuju generatori naizmenične struje čiji se rad zasniva na III ili II Faradejevom eksperimentu.

Ne treba da čudi sličnost prethodnih funkcija sa funkcijama koje karakterišu harmonijske oscilacije, s obzirom na to da slobodni elektroni u provodniku sa naizmeničnom strujom praktično osciluju levo – desno.

Efektivne ( prosečne ) vrednosti jačine struje, napona i elektromotorne sile

Do sada se moglo videti da naizmeničnu struju opisuju trenutne (  $i, u, \varepsilon$  ) i maksimalne (  $I_0, U_0, E_0$  ) vrednosti jačine struje, napona i elektromotorne sile. Međutim, ove vrednosti su nepovoljne za opisivanje efekata kao što je na primer količina toplote oslobođena pri proticanju naizmenične struje kroz otpornik (  $R$  ). Merenja pokazuju da količina oslobođene toplote (  $Q$  ) po Džul – Lencovom zakonu u slučaju naizmenične struje nije:

$$Q = I_0^2 \cdot R \cdot t$$

zato što naizmenična struja nema sve vreme  $t$  istu maksimalnu jačinu  $I_0$ .

Merenja pokazuju da je u toku jednog perioda  $t = T$  količina oslobođene toplote oslobođena pri proticanju naizmenične struje kroz otpornik  $R$  :

$$Q = \frac{1}{2} I_0^2 \cdot R \cdot T \quad (1)$$

Odavde je moguće definisati prosečnu, tj. efektivnu jačinu struje. Efektivna jačina naizmenične struje  $I_{ef}$  je jednaka jačini one jednosmerne struje, koja pri proticanju kroz isti otpornik u toku istog vremena

proizvede istu količinu toplote kao ta naizmenična struja. Ta jednosmerna struja stalne jačine  $I$  proizvodi količinu toplote:

$$Q = I^2 \cdot R \cdot T \quad (2)$$

u skladu sa Džul – Lencovim zakonom. Kako je po prethodnoj definiciji:

$$I_{ef} = I, \quad (3)$$

iz izraza ( 1 ) i ( 2 ) i iz jednakosti količina toplote ( po definiciji ) sledi:

$$I^2 \cdot R \cdot T = \frac{1}{2} I_0^2 \cdot R \cdot T$$

Zbog izraza ( 3 ):

$$I_{ef}^2 \cdot R \cdot T = \frac{1}{2} I_0^2 \cdot R \cdot T$$

pa je :

$$I_{ef}^2 = \frac{1}{2} I_0^2$$

a posle korenovanja izraza dobija se konačno:

$$I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{I_0 \cdot \sqrt{2}}{2} = 0.707 \cdot I_0. \quad (4)$$

Na sličan način može se pokazati da je:

$$U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = \frac{U_0 \cdot \sqrt{2}}{2} = 0.707 \cdot U_0 \quad (5)$$

i

$$E_{ef} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{E_0 \cdot \sqrt{2}}{2} = 0.707 \cdot E_0. \quad (6)$$

Efektivne vrednosti jačine struje i napona su vrednosti koje pokazuju ampermetar i voltmetar povezani u kolo naizmjenične struje.

Naizmjenična struja u gradskoj mreži ima sledeće vrednosti:

$$I_{ef} = 5 \text{ A},$$

$$U_{ef} = 220 \text{ V}$$

i

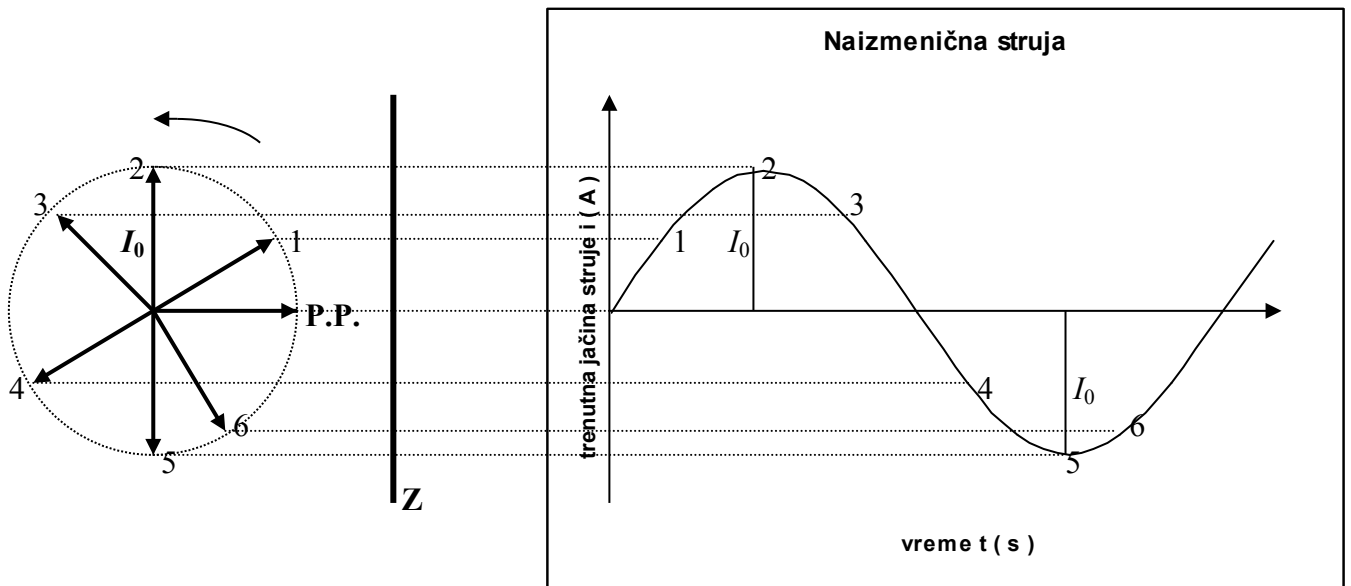
$$\nu = 50 \text{ Hz}.$$

To znači da se vrednosti jačine struje menjaju od  $I_{\min} = 0$  do  $I_0 \approx 7.07 \text{ A}$ , vrednosti napona od  $U_{\min} = 0$  do  $U_0 \approx 311.17 \text{ V}$ . Frekvencija  $\nu = 50 \text{ Hz}$  znači da elektroni u provodniku osciluju levo – desno tom frekvencijom, tj. da oni prave 50 punih oscilacija u jednoj sekundi. Ovo se postiže tako što se rotor generatora obrće sa 50 obrtaja u sekundi, tj. 3000 obrtaja u minuti. Kao i elektroni i naizmjenična struja menja smer kretanja 100 puta u sekundi. Ako sa obrtaja u sekundi pređemo na radijane u sekundi dobijamo ugaonu frekvenciju struje koja iznosi:

$$\omega = 2\pi \cdot \nu \approx 314 \frac{\text{rad}}{\text{s}}. \quad (7)$$

#### Metod obrtnih vektora

Pored prikazivanja naizmjenične struje pomoću grafika, moguće je njeno prikazivanje pomoću metoda obrtnih vektora.



sl. 1.

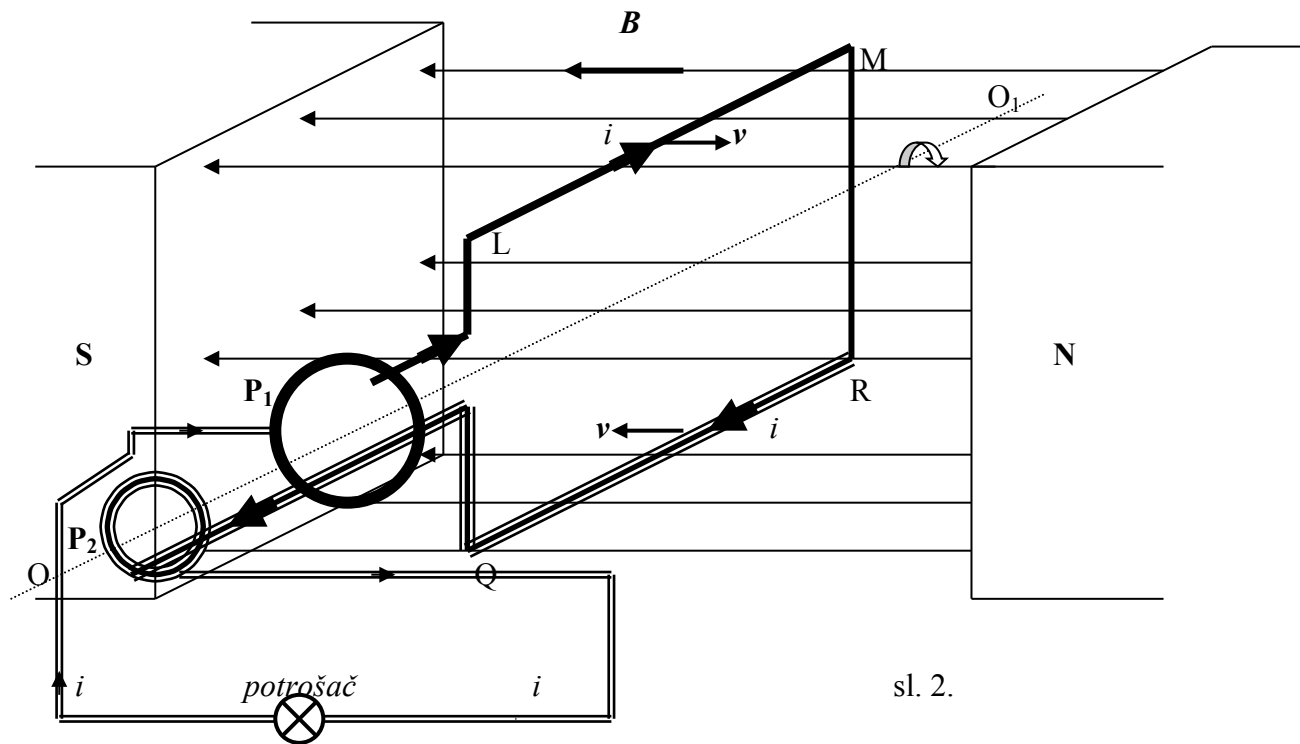
Početni položaj vektora  $I_0$  je obeležen sa **P.P.** Vektor  $I_0$  se obrće u smeru suprotnom od smera kazaljke na satu. Desno od njega je postavljen vertikalni zid **Z**. Iz svakog pojedinačnog položaja, tokom obrtanja, vektor  $I_0$  baca senku (projekciju) na zid **Z**. Dužina ove senke je vrednost trenutne jačine struje, ali ne samo na zidu već i na grafiku.

Pored početnog položaja vektora  $I_0$  (kada je senka jednaka nuli – pa ovom položaju odgovara početna tačka na grafiku, tj. koordinatni početak, gde je trenutna jačina struje takođe jednaka nuli) na sl. 1. prikazano je još šest položaja obrtnog vektora  $I_0$  i šest odgovarajućih tačaka na grafiku.

U položajima 2 i 5 brojna vrednost obrtnog vektora  $I_0$  je jednaka dužini senke, pa je tada trenutna jačina struje maksimalna:  $i_{\max} = I_0$ , tj. ima amplitudnu vrednost.

U nekim izvođenjima i razmatranjima primena metoda obrtnih vektora znatno olakšava postupak.

### Generatori naizmenične struje



sl. 2.

Na sl. 2. je prikazan generator naizmenične struje. Sastoji se od rotora i statora. Stator čine dva suprotna pola stalnog magneta okrenuta jedan prema drugom. U prostoru između polova se nalazi rotor – u ovom slučaju žičani pravougli ram LMQR koji se okreće oko ose  $OO_1$  u smeru kretanja kazaljki na satu. Okretanje rama izaziva promenu magnetnog fluksa kroz njegovu površinu. Uzrok promene fluksa je promena ugla  $\alpha$  između vektora  $\mathbf{B}$  (indukcije magnetnog polja) i vektora površine rama (III Faradejev eksperiment):

$$\Delta\Phi_m = B \cdot S \cdot \Delta(\cos\alpha) \quad (8)$$

Ova promena magnetnog fluksa je uzrok indukovanja elektromotorne sile u skladu sa Faradejevim zakonom elektromagnetne indukcije:

$$E_i = -\frac{\Delta\Phi_m}{\Delta t} \quad (9)$$

Struja koja se indukuje u rama odvodi se iz njega u kolo sa potrošačem pomoću dva prstena  $\mathbf{P}_1$  i  $\mathbf{P}_2$ . Kraći izlaz iz rama klizi neprekidno po unutrašnjoj površini prstena  $\mathbf{P}_1$ , dok duži izlaz iz rama prolazi kroz prsten  $\mathbf{P}_1$  ne dodirujući ga, a njegov kraj dodiruje iznutra prsten  $\mathbf{P}_2$  i dok se ram okreće klizi neprekidno po njegovoj unutrašnjoj površini.

Na sl. 2. ram je postavljen vertikalno tako da u tom početnom trenutku gornji deo rama LM klizi uz linije sile, dok donji deo rama QR klizi niz linije sile. U skladu sa II Faradejevim eksperimentom:

$$E_i = -v \cdot B \cdot l \cdot \sin\theta \quad (10)$$

gde je  $\theta$  ugao pod kojim žica preseca linije sile, tj. ugao između vektora brzine ( $\mathbf{v}$ ) i vektora indukcije magnetnog polja ( $\mathbf{B}$ ). U ovom slučaju ugao je za LM:  $\theta = 180^\circ$ , a za QR:  $\theta = 0^\circ$ , pa zato nema indukovane elektromotorne sile jer je za oba ugla sinus jednak nuli, a to znači da nema ni struje.

U prvoj četvrtini perioda (obrta) gornji kraj rama LM se obrće naniže presecajući linije sile pod sve većim ispušćenim uglom  $\theta$ , zbog čega apsolutna vrednost  $\sin\theta$  raste, a to dovodi do porasta indukovane elektromotorne sile, tj. struje u skladu sa obrascem (10). U završnom trenutku prve četvrtine obrta ram prolazi kroz horizontalni položaj, a krak LM seče linije sile pod uglom  $\theta = 270^\circ$ , zbog čega

je maksimalna vrednost sinusa po apsolutnoj vrednosti:  $\sin \theta = \sin 270^\circ = -1$ , pa je maksimalna i indukovana elektromotorna sila, tj. struja.

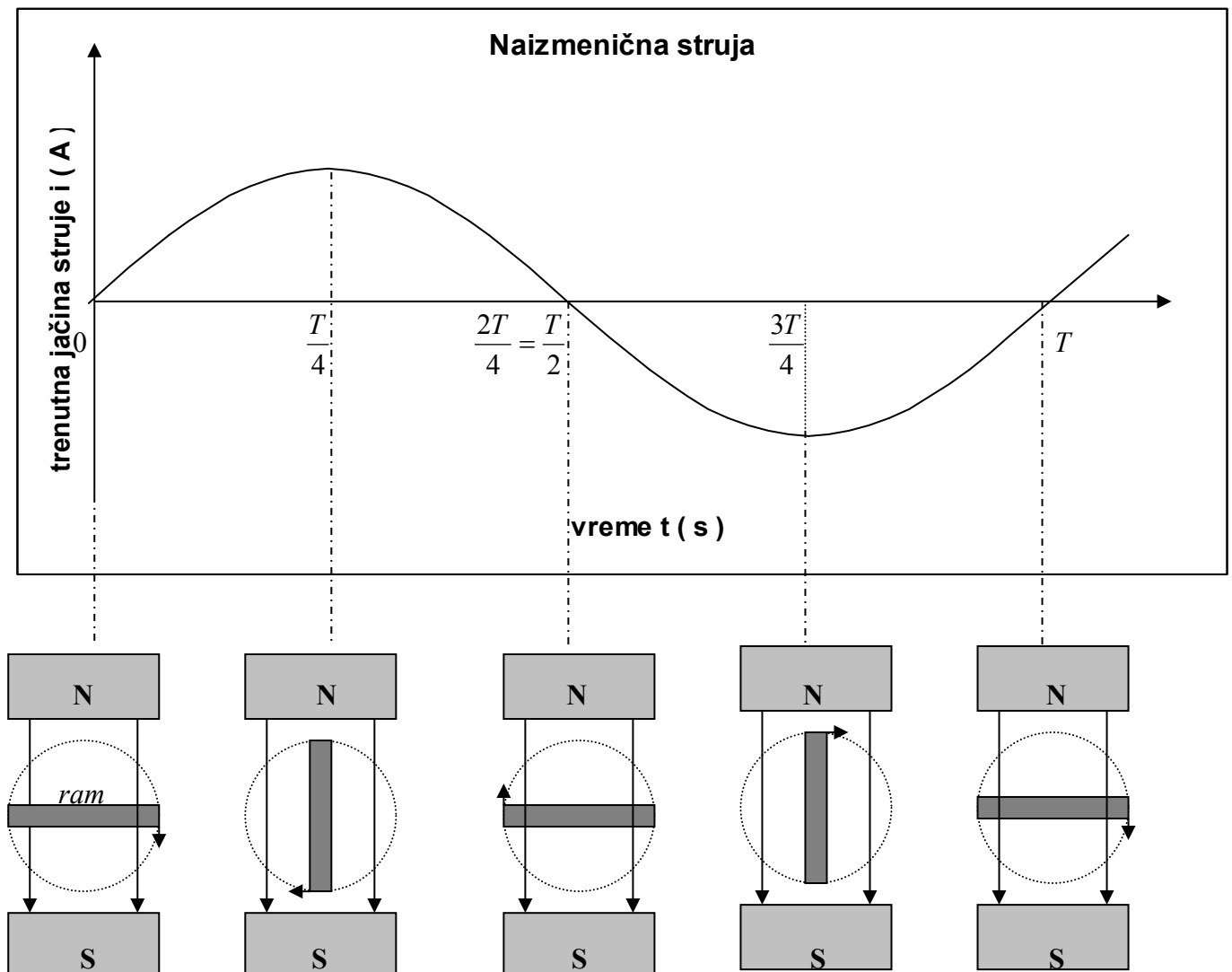
U isto vreme donji kraj rama QR se kreće naviše i seče linije sile pod sve većim oštrim uglom  $\theta$  zbog čega  $\sin \theta$  raste, a to dovodi do porasta indukovane elektromotorne sile, tj. struje, da bi na kraju ovog vremena QR sekao linije sile pod uglom  $\theta = 90^\circ$ , zbog čega je sinus ovog ugla maksimalan:  $\sin \theta = \sin 90^\circ = 1$ , a to znači da je u tom trenutku maksimalna i elektromotorna sila, tj. struja.

Treba uočiti da kraci rama LM i QR seku linije sile u suprotnom smeru, zbog čega se u njima indukuje struja suprotnog smera. Smerovi ove dve struje u prvoj četvrtini perioda ( ali i u drugoj četvrtini obrtaja ) su prikazani na sl. 2.

U drugoj četvrtini perioda ( obrtaja ) provodnik LM se kreće dalje naniže – pa se zbog toga u njemu indukuje struja istog smera kao i u prvoj četvrtini perioda. No, ugao  $\theta$  se i dalje povećava od  $270^\circ$  ka  $360^\circ$  što izaziva smanjenje apsolutne vrednosti sinusa tog ugla, a to izaziva smanjivanje indukovane elektromotorne sile, tj. struje. Na samom kraju prve polovine perioda obrtanja ugao  $\theta = 360^\circ$ , pa je  $\sin \theta = \sin 360^\circ = 0$ , zbog čega se struja u tom trenutku prestane da indukuje.

Za to isto vreme deo rama QR nastavlja da se kreće naviše, pa se i u njemu indukuje struja istog smera kao i u prvoj četvrtini perioda. Njegov ugao  $\theta$  nastavlja da se povećava od  $90^\circ$  do  $180^\circ$  zbog čega se  $\sin \theta$  smanjuje što izaziva smanjivanje indukovane elektromotorne sile, tj. struje u njemu. Na samom kraju prve polovine perioda obrtanja ugao  $\theta = 180^\circ$ , pa je  $\sin \theta = \sin 180^\circ = 0$ , zbog čega struja u tom trenutku prestane da se indukuje.

U drugoj polovini perioda ( obrtaja ) provodnik LM i QR zamene mesta što okrene smer struje u kolu sa potrošačem itd.



sl. 3.

Ova vrsta generatora – koja za rotor ima žičani ram, a za stator stalne magnete – naziva se dinamo mašina. Takvu dinamo mašinu imaju bicikle.

Postoji i obrnut princip, gde je rotor magnet, tj. elektromagnet, a stator ima namotaje žice u kojima se indukuje struja. Ovakva vrsta generatora naziva se alternator i imamo je kod automobila. Kod elektrana se za proizvodnju električne energije uglavnom koriste alternatori.

Za pokretanje rotora u generatoru potrebna je energija. Rotor se obično nalazi na jednom kraju osovine, dok se na njenom drugom kraju nalazi turbina.

U hidroelektrani na lopatice turbine pada voda sa velike visine i okreće osovinu. U ovom slučaju kinetička energija ove vode se pretvara u električnu energiju.

U termoelektranama i nuklearnim elektranama turbinu okreće snažan mlaz vodene pare koji potiče iz parnog kotla. Kod njih se jedino razlikuje izvor energije potrebne da izazove ključanje vode u kotlu. U termoelektranama ta energija se dobija sagorevanjem nekog fosilnog goriva: uglja nafte... U nuklearnim elektranama ova energija se dobija fisijom uranijuma ili plutonijuma u nuklearnom reaktoru.

Postoje još elektrane koje koriste energiju plime i oseke ili energiju vetra.

### Vrste otpora u kolu naizmenične struje

U kolu jednosmerne struje može se pojaviti jedna vrsta električnog otpora – termogeni otpor  $R$ .

U kolu naizmenične struje postoje tri vrste otpora:

- termogeni otpor  $R$  (  $\Omega$  )
- induktivni otpor  $X_L$  (  $\Omega$  )
- kapacitivni otpor  $X_C$  (  $\Omega$  )

### Kolo naizmenične struje sa termogenim otporom

Kao i kod jednosmerne struje termogeni otpor u kolu naizmenične struje je:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

gde je:  $\rho$  specifični otpor materijala od koga je provodnik načinjen,  $l$  je dužina tog provodnika, a  $S$  je površina poprečnog preseka tog provodnika, tj. mera njegove debljine.

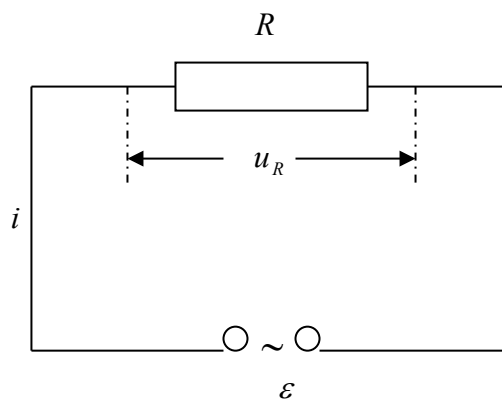
Najjednostavnije kolo naizmenične struje sadrži izvor ( generator ) naizmenične struje, provodnike i jedan termogeni otpornik ( sl. 4. )

Naziv: »termogeni« potiče od toga što pri proticanju struje kroz ovaj otpor dolazi do pretvaranja električne energije u toplotnu, tj. ovakav otpornik »stvara toplotu«.

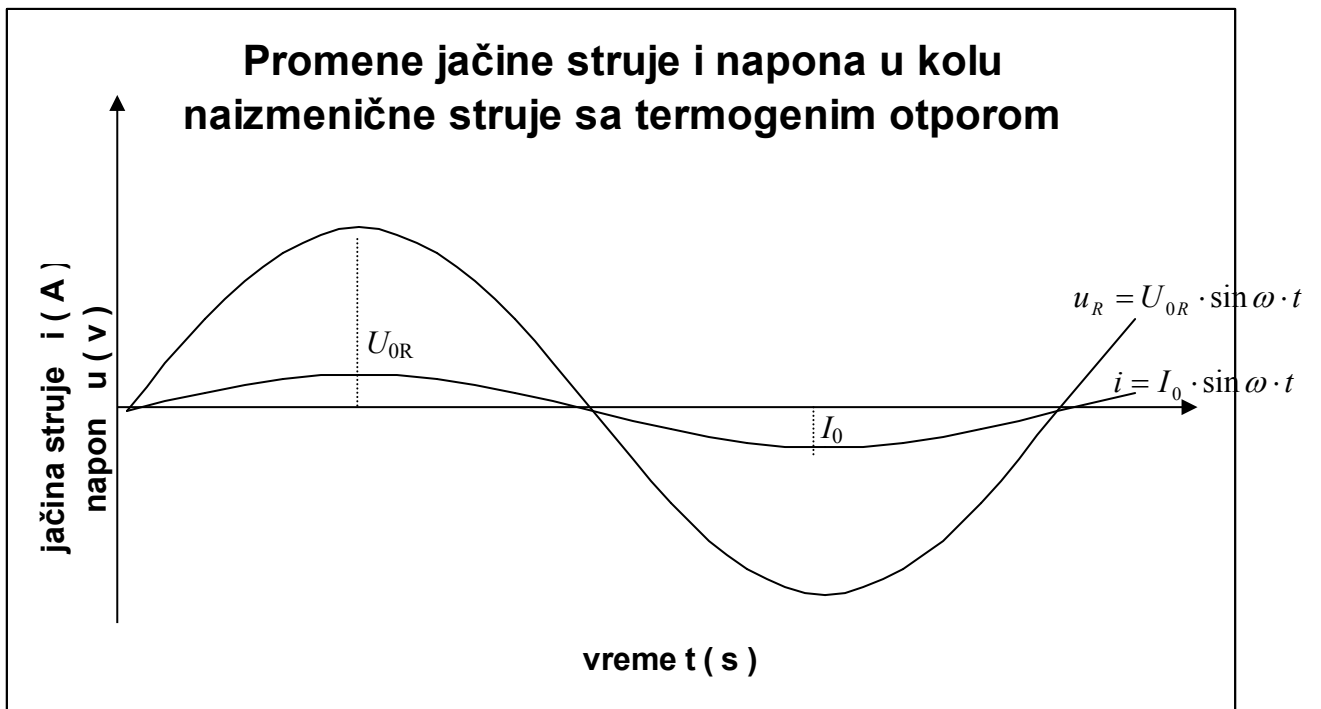
Termogeni otpor ometa proticanje struje tako što smanjuje brzinu elektrona, tj smanjuje jačinu struje zbog:

$$i = n \cdot e \cdot v \cdot S \quad (11)$$

Termogeni otpor ne utiče na kašnjenje jačine struje ili napona – to izazivaju preostale dve vrste otpora. Dakle, u kolu sa termogenim otporom promene jačine struje i napona su u istoj fazi. To znači da i jačina struje i napon u istom trenutku postaju jednaki nuli, zajedno rastu i u istom trenutku postižu maksimalnu vrednost, dalje zajedno opadaju ... Ovo je prikazano na graf. 3.



sl. 4.



graf. 3.

Funkcije na graf. 3. su:

$$i = I_0 \cdot \sin \omega \cdot t$$

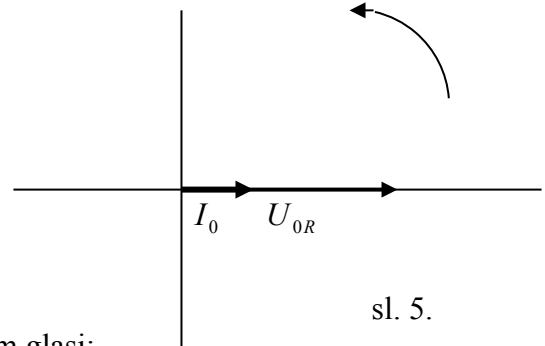
$$u_R = U_{0R} \cdot \sin \omega \cdot t$$

Obrtni vektori  $U_{0R}$  i  $I_0$  se poklapaju

što je prikazano na sl. 5.

Omov zakon za strujno kolo sa termogenim otporom glasi:

$$i = \frac{u_R}{R} \quad \text{ili} \quad I_0 = \frac{U_{0R}}{R} \quad \text{ili} \quad I_{ef} = \frac{U_{ef}}{R}.$$



sl. 5.

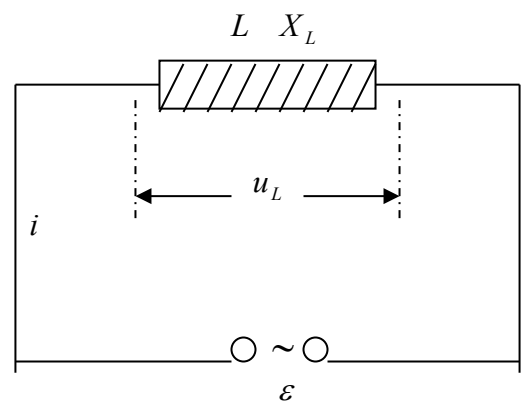
### Kolo naizmenične struje sa induktivnim otporom

Induktivni otpornik je kalem sa koeficijentom samoindukcije  $L$  (H – Henri). Ova veličina je poznata iz oblasti elektromagnetne indukcije iz lekcije – Samoindukcija. U oblasti naizmenične struje  $L$  se obično naziva induktivnost i vezuje se za kalem, tj. navoj ili solenoid.

Induktivni otpor datog kalema induktivnosti  $L$  je:

$$X_L = \omega \cdot L$$

gde je  $\omega = 2\pi \cdot \nu = \frac{2\pi}{T}$  kružna frekvencija naizmenične struje.



sl. 6.

Induktivni otpor se zasniva na efektu samoindukcije. Elektromotorna sila samoindukcije  $E_{Si}$  se javlja u strujnom kolu uvek kada se u kolu menja jačina struje. Kako se u kolu naizmenične struje jačina struje neprekidno menja to je uzrok postojanja ove elektromotorne sile.  $E_{Si}$  teži da spreči promenu jačine

struje koja je izaziva, u skladu sa Lencovim pravilom.  $E_{si}$  nije nikada dovoljno jaka da spreči promenu jačine struje, ali zato izaziva da promena jačine struje  $\Delta i$  kasni. Merenjima je utvrđeno da induktivni otpor u kolu naizmenične struje izaziva kašnjenje promene jačine struje u odnosu na promenu napona za  $\frac{T}{4}$  (s) ili  $\frac{\pi}{2}$  (rad).

To što promena struje kasni za promenom napona metodom obrtnih vektora (sl. 7), a i grafički se može prikazati i da promena napona žuri ispred promene struje za:  $\frac{T}{4}$  ili  $\frac{\pi}{2}$ .

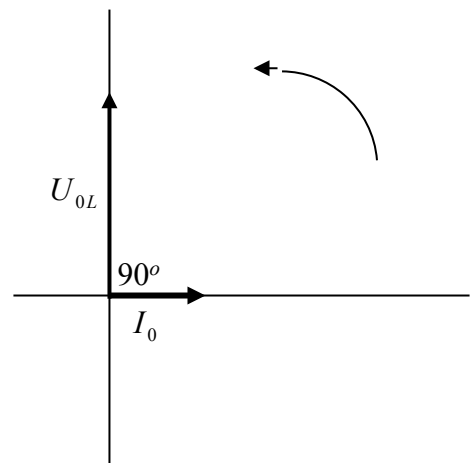
Cilj ove zamene je de uvek imamo promenu jačine struje kao:

$$i = I_0 \cdot \sin \omega \cdot t,$$

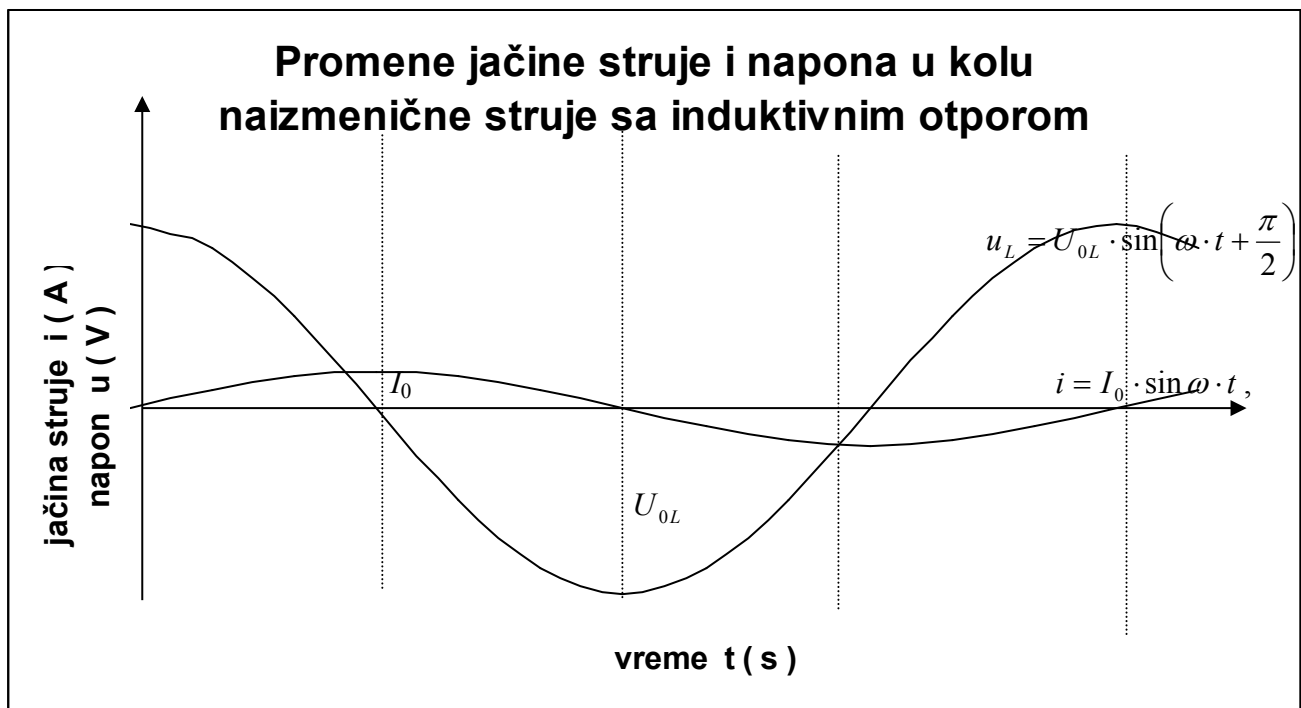
a da promenu napona uvek prikazujemo pomerenu u fazi, zbog slučaja kada ćemo sva ova tri otpora staviti u isto strujno kolo.

Promena napona u ovom slučaju je:

$$u_L = U_{0L} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right).$$



sl. 7.



graf. 4.

Ovov zakon za kolo naizmenične struje sa induktivnim otporom glasi:

$$i = \frac{u_L}{X_L} = \frac{u_L}{\omega \cdot L},$$

ili:

$$I_0 = \frac{U_{0L}}{X_L} = \frac{U_{0L}}{\omega \cdot L},$$

ili:

$$I_{ef} = \frac{U_{ef}}{X_L} = \frac{U_{ef}}{\omega \cdot L}.$$



## Kolo naizmjenične struje sa kapacitivnim otporom

Kapacitivni otpor  $X_C$  u kolu naizmjenične struje je kondenzator kapaciteta  $C$  (F). Tada je:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

gde je  $\omega$  kružna frekvencija naizmjenične struje.

Inače, kondenzator u kolu jednosmerne struje predstavlja prekid kola, tj. kroz kolo sa kondenzatorom jednosmerna struja ne može da teče.

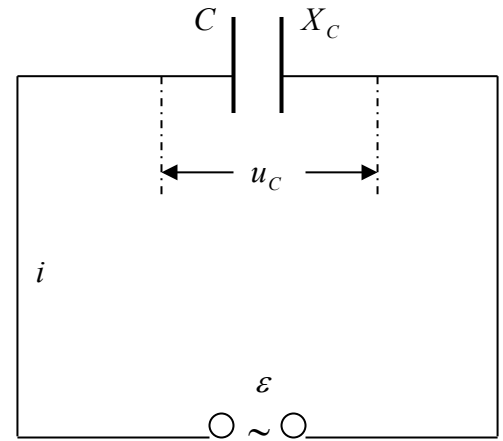
U kolu naizmjenične struje kondenzator izaziva kašnjenje promene napona u odnosu na promenu jačine

struje za  $\frac{T}{4}$  ili  $\frac{\pi}{2}$ .

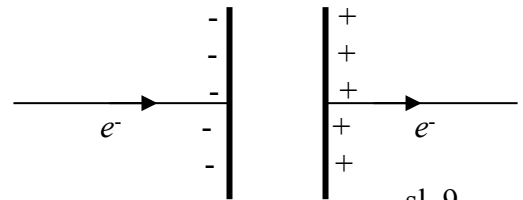
Objašnjenje je sledeće. Naizmjenična struja teče kroz kolo sa kondenzatorom tako što u jednoj polovini perioda elektroni pune jednu njegovu ploču – a drugu prazne, dok u drugoj polovini perioda elektroni odlaze iz prve ploče – a pune drugu ploču. Na sl. 9. prikazan je jedan trenutak pred kraj jedne takve polovine perioda. Elektroni su već prilično napunili levu ploču, koja je zbog toga postala negativna, a samim tim ona, Kulonovom odbojnom silom, sprečava, tj. ometa dalji dotok elektrona na nju. Za to isto vreme desna ploča je već prilično pozitivna zbog odlaska elektrona iz nje, pa i ona Kulonovom privlačnom silom ometa dalji odlazak elektrona iz nje. Ovo ometanje usporava povećanje potencijala na pločama kondenzatora, a samim tim usporava i povećanje napona između njih.

Na sl. 10 prikazano je, ovako izazvano, kašnjenje promene napona u odnosu na promenu jačine struje metodom obrtnih vektora.

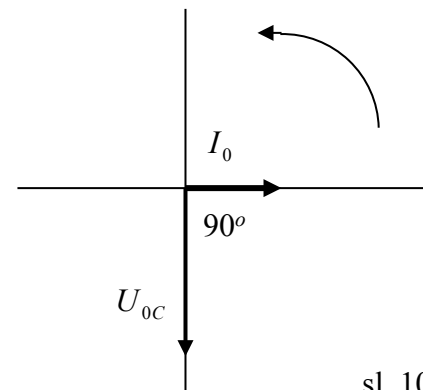
Na graf. 5. je takođe prikazano ovo kašnjenje:



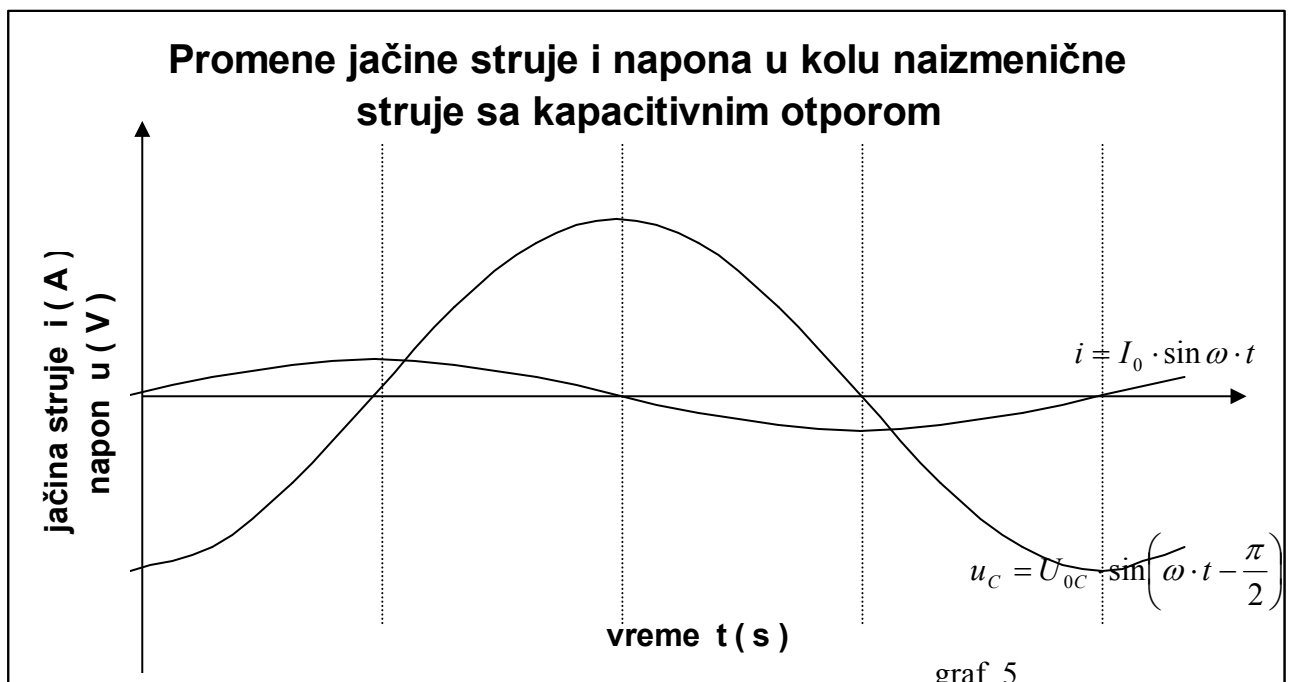
sl. 8.



sl. 9.



sl. 10.



Omov zakon za kolo naizmenične struje sa kapacitivnim otporom glasi:

$$i = \frac{u_c}{X_C} = \frac{u_c}{\frac{1}{\omega \cdot C}} = u_c \cdot \omega \cdot C,$$

ili:

$$I_0 = \frac{U_{0c}}{X_C} = \frac{U_{0c}}{\frac{1}{\omega \cdot C}} = U_{0c} \cdot \omega \cdot C,$$

ili:

$$I_{ef} = \frac{U_{ef}}{X_C} = \frac{U_{ef}}{\frac{1}{\omega \cdot C}} = U_{ef} \cdot \omega \cdot C.$$

### Impedansa $Z$ ( $\Omega$ )

U prethodnim lekcijama su razmatrani slučajevi kada se u kolu naizmenične struje nalazi samo jedna od tri vrste otpora.

Sada ćemo posmatrati strujno kolo u kome se nalaze sve tri vrste otpora i to redno vezanih (sl. 11.) Sva ova tri otpornika je moguće zameniti jednim ekvivalentnim otporom koji se naziva impedansa.

Kroz celo kolo, tj. kroz sve otpornike protiče ista jačina struje maksimalne jačine  $I_0$ .

Na svakom od pojedinačnih otpornika se javlja pad napona maksimalne vrednosti:

$U_{0R}$  - na termogenom otporu

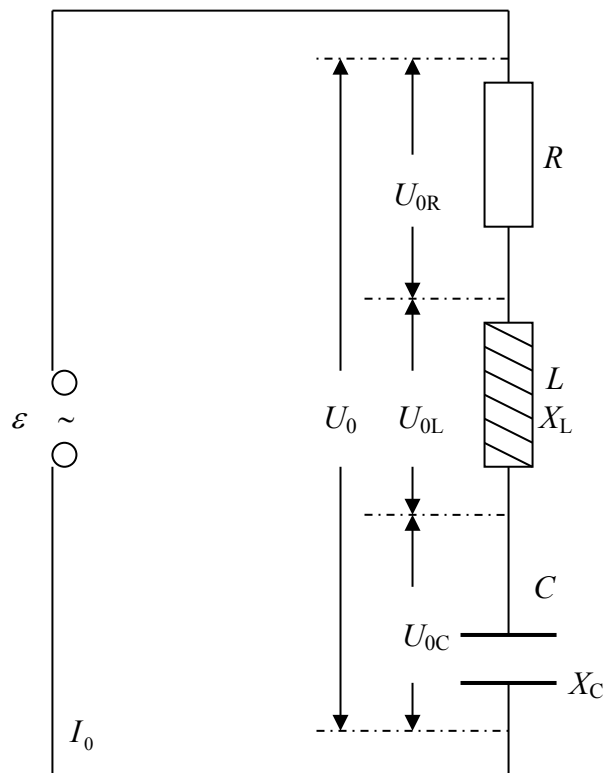
$U_{0L}$  - na induktivnom otporu  $i$

$U_{0C}$  - na kapacitivnom otporu.

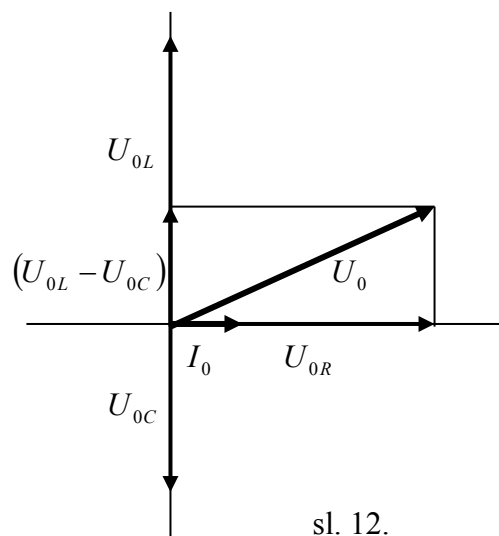
Međutim, ukupan pad napona  $U_0$  na svim otporima zajedno nije jednak prostom zbiru svih pojedinačnih padova napona. Da bi se ukupan pad napona odredio potrebno je pojedinačne padove napona prikazati metodom obrtnih vektora (sl. 12.).

Treba imati na umu da promene pojedinačnih padova napona nisu u istoj fazi. Naime, promena napona na termogenom otporniku  $R$  je u istoj fazi sa promenom jačine struje, promena napona na induktivnom otporu  $X_L$  žuri u odnosu na promenu jačine struje za  $90^\circ$ , dok promena napona na kapacitivnom otporu kasni u odnosu na promenu jačine struje za  $90^\circ$ .

Ukupan pad napona na svim otpornicima, prikazan kao vektor, dobija se vektorskim zbirom. Pretpostavka je da je pad napona na induktivnom otporu veći od pada napona na kapacitivnom otporu. Zbog toga se prvo ova dva napona vektorski sabere. Kako su suprotnog smera brojna vrednost vektora koji predstavlja njihov zbir je jednaka razlici njihovih brojnih vrednosti.



sl. 11.



sl. 12.

Na kraju se ovaj vektor brojne vrednosti ( $U_{0L} - U_{0C}$ ) vektorski sabere sa vektorom  $U_{0R}$  metodom paralelograma. Zbog Pitagorine teoreme sledi:

$$U_0^2 = U_{0R}^2 + (U_{0L} - U_{0C})^2 \quad (12)$$

Još jednom treba naglasiti da ovakvu zavisnost ukupnog pada napona izaziva razlika u fazi pojedinačnih padova napona na sva tri otpornika.

Na osnovu Omovog zakona za deo strujnog kola imamo:

$$U_{0R} = I_0 \cdot R \quad (13)$$

$$U_{0L} = I_0 \cdot X_L \quad (14)$$

$$U_{0C} = I_0 \cdot X_C \quad (15)$$

Ako sva tri otpornika zamenimo ekvivalentnim otporom  $Z$ , tada je ukupan pad napona na njemu:

$$U_0 = I_0 \cdot Z \quad (16)$$

Zamenom izraza (13), (14), (15) i (16) u izraz (12) dobija se :

$$\begin{aligned} (I_0 \cdot Z)^2 &= (I_0 \cdot R)^2 + (I_0 \cdot X_L - I_0 \cdot X_C)^2 \\ I_0^2 \cdot Z^2 &= I_0^2 \cdot R^2 + I_0^2 \cdot (X_L - X_C)^2 \quad / \div I_0^2 \\ Z^2 &= R^2 + (X_L - X_C)^2 \end{aligned}$$

korenovanjem izraza dobija se:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (17)$$

a zamenom izraza  $X_L = \omega \cdot L$  i  $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$  u izraz (17) dobija se konačno:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left( \omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right)^2} \quad (18)$$

### Minimalna impedansa

Da bi impedansa, u kolu naizmenične struje sa rednom vezom sve tri vrste otpora, bila minimalna potrebno je da se induktivni i kapacitivni otpor ponište u izrazu (17). To je moguće ako je:

$$X_L = X_C \quad (19)$$

U tom slučaju impedansa je:

$$Z_{\min} = \sqrt{R^2}$$

tj.

$$Z_{\min} = R \quad (20)$$

Za slučaj kada je impedansa minimalna kaže se da je kolo naizmenične struje »u rezonanciji«. Iz uslova za minimalnu impedansu, tj iz izraza (19) dobija se:

$$\begin{aligned} \omega \cdot L &= \frac{1}{\omega \cdot C} \\ \omega^2 &= \frac{1}{L \cdot C} \end{aligned}$$

kako je:  $\omega = 2\pi \cdot \nu$  sledi:

$$\nu = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \quad (21)$$

a kako je:  $T = \frac{1}{\nu}$  sledi:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C} \quad (22)$$

Izraz (22) za period oscilovanja kola naizmenične struje koje je u rezonanciji se naziva Tomsonov obrazac.

## Snaga naizmjenične struje

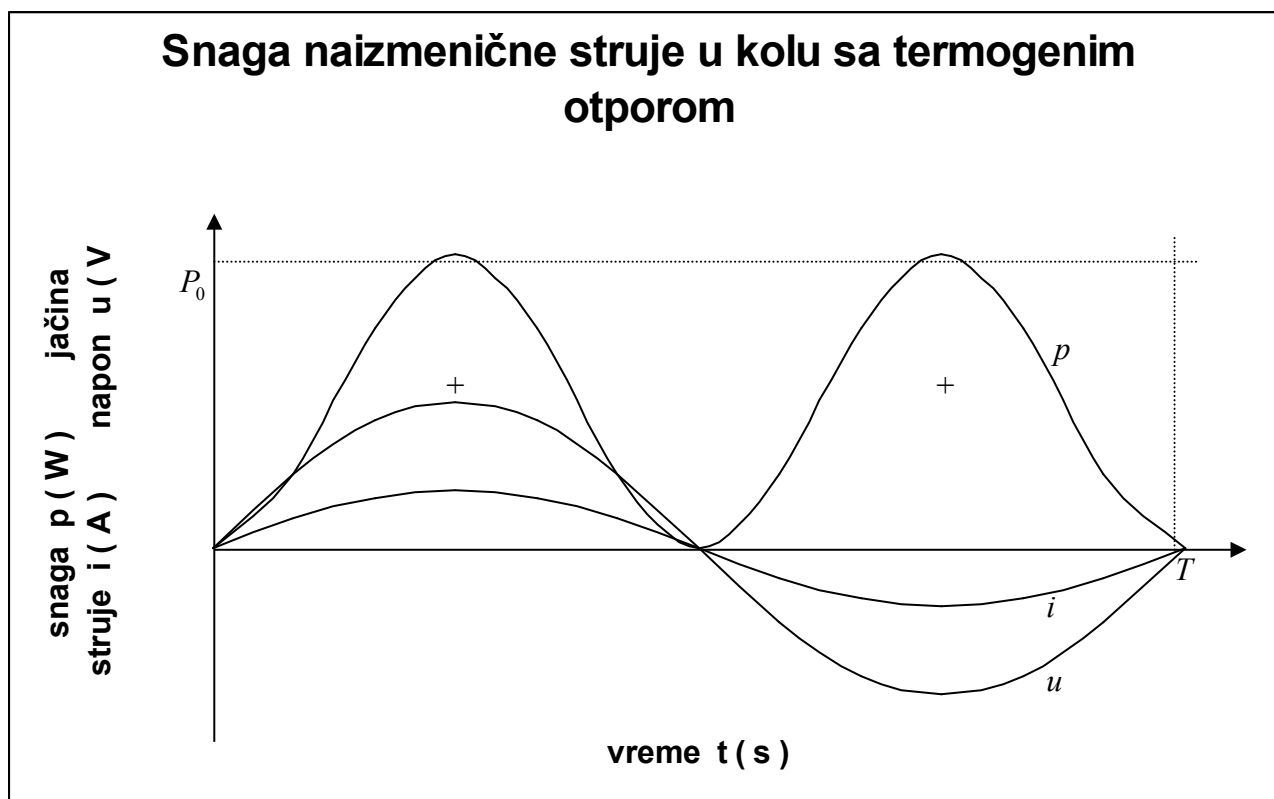
Snaga naizmjenične struje se oslobađa samo na termogenom otporu – zato se on često zove »aktivni otpor«.

Snaga se ne oslobađa ni na jednom od preostala dva otpora induktivnom i kapacitivnom – pa se oni zato nazivaju »reaktivni otpori«.

### Snaga naizmjenične struje u kolu sa termogenim otporom

Na graf. 6. prikazane su promene trenutne snage, trenutne jačine struje i trenutnog napona, pri čemu je korišćen obrazac za trenutnu snagu:

$$p = u \cdot i \quad (23)$$



Sa grafika se vidi da je, u obe polovine perioda, snaga oslobodena na termogenom otporu  $R$  pozitivna, zato što su promene jačine struje i napona u istoj fazi.

Merenja pokazuju da je efektivna ( prosečna ) snaga jednaka polovini maksimalne snage:

$$P_{ef} = \frac{P_0}{2} \quad (24)$$

što se uostalom i vidi sa grafika. Naime površina ispod grafika snage je jednaka efektivnoj snazi, a površina ocrtanog pravougaonika visine  $P_0$  i dužine  $T$  je jednaka maksimalnoj snazi. Prostim upoređivanjem se može videti da je površina ispod grafika upola manja od površine pravougaonika.

Kao što je trenutna snaga data izrazom:  $p = u \cdot i$  tako je i maksimalana snaga jednaka proizvodu maksimalne jačine struje i maksimalnog napona:

$$P_0 = U_0 \cdot I_0 \quad (25)$$

Pomoću izraza ( 25 ) izraz ( 24 ) se može transformisati na sledeći način:

$$P_{ef} = \frac{U_0 \cdot I_0}{2} = \frac{U_0 \cdot I_0}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = U_{ef} \cdot I_{ef}$$

što znači da smo dokazali da je efektivna snaga jednaka proizvodu efektivne jačine struje i efektivnog napona:

$$P_{ef} = U_{ef} \cdot I_{ef}. \quad (26)$$

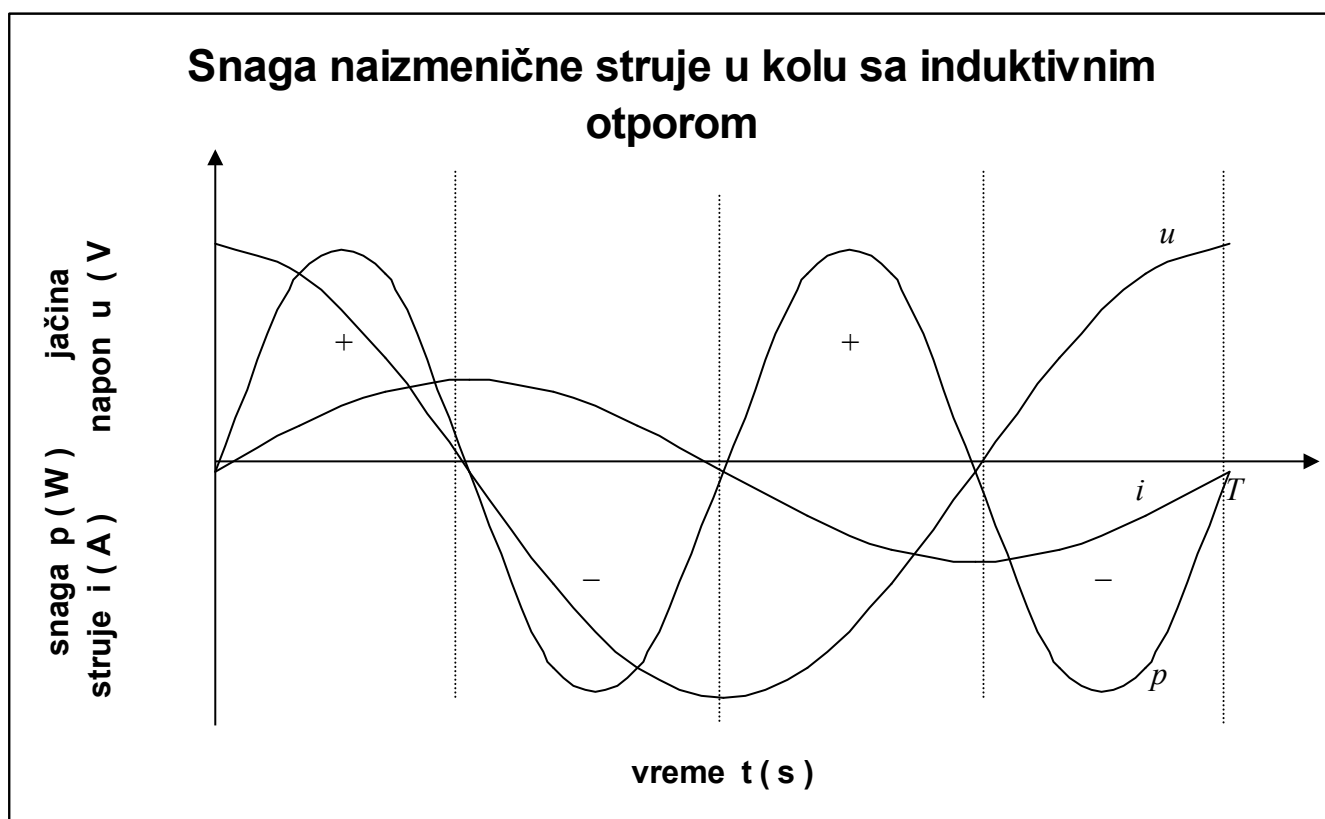
Pomoću Omovog zakona za deo strujnog kola:  $U_{ef} = I_{ef} \cdot R$  izraz (26) dobija sledeći oblik:

$$P_{ef} = I_{ef}^2 \cdot R. \quad (27)$$

To što se na termogenom otporniku oslobađa efektivna snaga znači da se u njemu električna energija pretvara nepovratno u neki drugi oblik energije, a u ovom slučaju to je toplotna energija.

### Snaga naizmenične struje u kolu sa induktivnim otporom

Kao i u prethodnom graf. 6. i u narednom graf. 7. trenutna snaga nastaje množenjem trenutnih vrednosti napona i jačine struje:  $p = u \cdot i$ .



graf. 7.

U prvoj četvrtini perioda i jačina struje i napon su pozitivni pa je i snaga pozitivna.

U drugoj četvrtini perioda jačina struje je pozitivna ali je napon negativan, pa je i snaga negativna.

U trećoj četvrtini perioda negativni su i jačina struje i napon pa je snaga opet pozitivna.

U četvrtoj četvrtini perioda jačina struje je negativna ali je napon pozitivan, pa je snaga opet negativna.

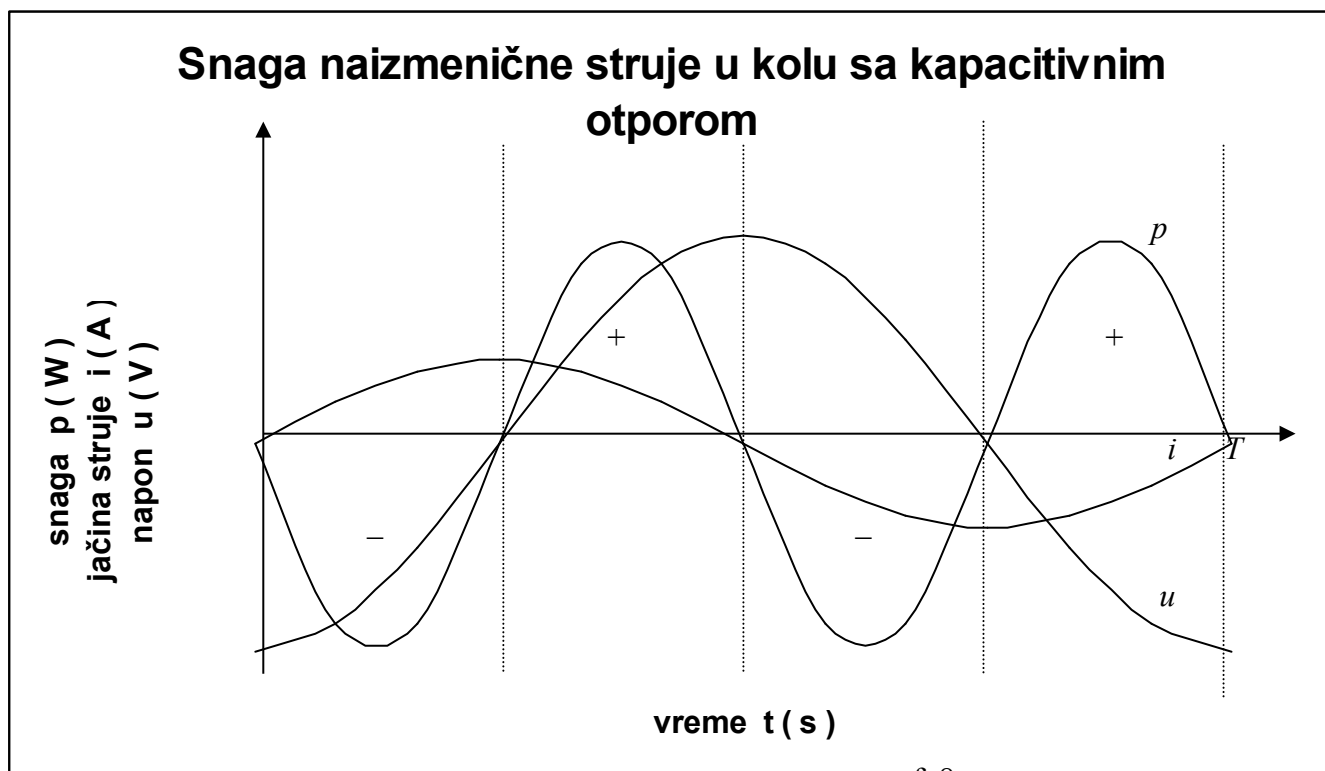
Zato je u toku celog perioda efektivna snaga jednaka nuli – to je praktično zbir površina ispod grafika snage:

$$P_{ef} = 0$$

To što je efektivna snaga na ovom otporniku u toku celog perioda jednaka nuli znači da ne dolazi do nepovratnog pretvaranja električne energije u neki drugi oblik. U prvoj četvrtini perioda električna energija se pretvara u energiju magnetnog polja koje se stvara oko kalema. U sledećoj četvrtini perioda magnetno polje slabi i njegova energija se vraća u električnu energiju kola itd.

### Snaga naizmjenične struje u kolu sa kapacitivnim otporom

Kao i u prethodna dva slučaja grafik snage nastaje množenjem trenutnih vrednosti napona i jačine struje:  $p = u \cdot i$ .



U prvoj četvrtini perioda jačina struje je pozitivna ali je napon negativan, pa je i snaga negativna.

U drugoj četvrtini perioda i jačina struje i napon su pozitivni pa je i snaga pozitivna.

U trećoj četvrtini perioda jačina struje je negativna ali je napon pozitivan, pa je snaga opet negativna.

U četvrtoj četvrtini perioda negativni su i jačina struje i napon pa je snaga opet pozitivna.

Zato je u toku celog perioda efektivna snaga jednaka nuli – to je, kao i u kolu sa induktivnim otporom, zbir površina ispod grafika snage:

$$P_{ef} = 0.$$

Kao i na kalemu i u kondenzatoru, uprvjoj četvrtini perioda dolazi do pretvaranja elektrostatičke energije u kondenzatoru u električnu energiju, a u drugoj četvrtini perioda električna energija se vraća u elektrostatičku.

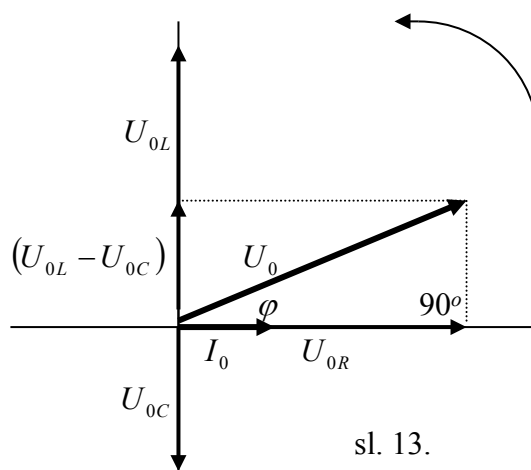
### Snaga naizmjenične struje u kolu sa rednom vezom sve tri vrste otpora

Na sl. 13. prikazano je metodom obrtnih vektora kolo naizmjenične struje sa: termogenim, induktivnim i kapacitivnim otporom ( sl. 11.).

Snaga se oslobađa samo na termogenom otporniku, pa se opet može smatrati da je efektivna snaga:

$$P_{ef} = I_{ef}^2 \cdot R. \quad (27)$$

Sledeći zadatak je odrediti zavisnost efektivne snage od: efektivne jačine struje, efektivnog napona i ugla  $\varphi$  koji predstavlja razliku u fazi između promene jačine struje i promene napona u



ovom kolu.

Iz metoda obrtnih vektora može se odrediti kosinus ugla  $\varphi$  kao odnos nalegle katete i hipotenuze:

$$\cos \varphi = \frac{U_{0R}}{U_0} = \frac{I_0 \cdot R}{I_0 \cdot Z} = \frac{R}{Z}$$

sledi:

$$R = Z \cdot \cos \varphi \quad (28)$$

Zamenom ( 28 ) u ( 27 ) dobijamo:

$$P_{ef} = I_{ef}^2 \cdot Z \cdot \cos \varphi$$

$$P_{ef} = I_{ef} \cdot I_{ef} \cdot Z \cdot \cos \varphi$$

a kako je preme Omovom zakonu za deo strujnog kola:

$$I_{ef} \cdot Z = U_{ef}$$

sledi konačno:

$$P_{ef} = U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos \varphi. \quad (29)$$

Veličina  $\cos \varphi$  u izrazu za efektivnu snagu se naziva »faktor snage« jer određuje snagu u datom kolu naizmjenične struje.

Evo nekoliko karakterističnih primera.

Maksimalna efektivna snaga se oslobađa u kolu u kome je vrednost kosinusa ugla  $\varphi$  maksimalna, a to je  $\cos \varphi = 1$ , tj. kada je ugao  $\varphi = 0^\circ$ . Fazna razlika promena jačine struje i napona  $\varphi$  je nula stepeni u kolu sa termogenim otporom. Zamenom  $\cos \varphi = 1$  u ( 29 ) dobija se:

$$P_{ef} = U_{ef} \cdot I_{ef}$$

što je već ranije izvedeno kao izraz ( 26 ).

Moguće je dobiti maksimalnu efektivnu snagu i u kolu sa rednom vezom sve tri vrste otpora ako je kolo u rezonanciji, tj. ako se vrednost kapaciteta kondenzatora, u odnosu na vrednost induktivnosti kalema, tako odabere da se induktivni i kapacitivni otpor ponište.

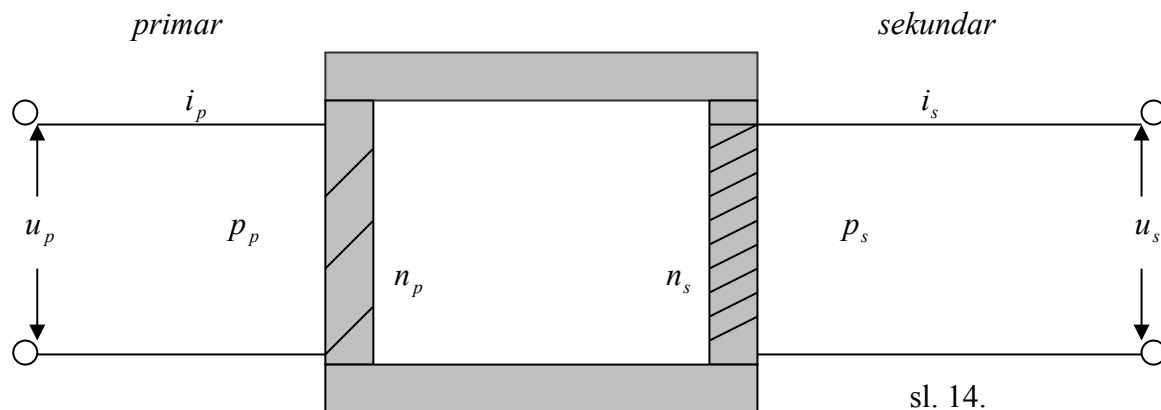
Minimalna efektivna snaga  $P_{ef} = 0$  se dobija kada je vrednost kosinusa ugla  $\varphi$  jednaka nuli, a to je slučaj kada je  $\varphi = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$ . Ovakva situacija je i u kolu sa samo induktivnim i u kolu sa samo kapacitivnim otporom, a i to smo ranije dobili analizom graf. 7. i graf. 8.

Dakle, izraz ( 29 ) predstavlja opšti obrazac za efektivnu snagu u kolu naizmjenične struje.

## Transformatori

Transformator je uređaj ( sl. 14. ) pomoću koga možemo menjati jačinu struje i napon u kolu naizmjenične struje.

Sastoji se od gvođenog jezgra oko čije leve strane je namotan kalem sa  $n_p$  navojaka, a koji je povezan u primarno strujno kolo, a kroz koje protiče naizmjenična struja jačine  $i_p$ , dok je na krajevima kalema napon  $u_p$ . Oko desne strane gvođenog jezgra namotan je kalem sa  $n_s$  navojaka, a on je povezan u sekundarno strujno kolo u kome se indukuje naizmjenična struja jačine  $i_s$  i napona  $u_s$ .



Indukcija struje u sekundaru se zasniva na I Faradejevom eksperimentu. Oko primarnog kalema se javlja magnetno polje promenljive jačine koje je posledica promenljive jačine naizmenične struje koja teče kroz primar. Zbog toga se javlja promena magnetnog fluksa kroz površinu sekundarnog kola:

$$\Delta\Phi_m = \Delta B \cdot S \cdot \cos \alpha .$$

Zbog promene magnetnog fluksa kroz sekundar dolazi do indukcije elektromotorne sile, tj struje u njemu u skladu sa Faradejevim zakonom elektromagnetne indukcije:

$$E_i = - \frac{\Delta\Phi_m}{\Delta t} .$$

Jačina ove indukovane struje i indukovani napon u sekundaru zavise od odnosa broja navojaka u primarnom i sekundarnom kalemu na sledeći način:

$$\frac{u_p}{u_s} = \frac{n_p}{n_s} \quad (30)$$

i

$$\frac{i_p}{i_s} = \frac{n_s}{n_p} . \quad (31)$$

Izraz ( 30 ) znači da koliko je puta broj navojaka u sekundaru, recimo, veći od broja navojaka u primaru – toliko puta je indukovani napon u sekundaru veći od napona u primaru.

Istovremeno jačina indukovane struje u sekundaru je isti broj puta manji od jačine struje u primaru, što je značenje izraza ( 31 ).

To dalje znači da je trenutna snaga u primaru jednaka trenutnoj snazi u sekundaru:

$$u_p \cdot i_p = u_s \cdot i_s$$

tj.

$$p_p = p_s \quad (32)$$

što je uostalom u skladu sa Zakonom o održanju energije.

**Primer:** Uzmimo da je broj navojaka u primaru  $n_p = 3$ , a broj navojaka u sekundaru  $n_s = 300$ . Uzmimo da je u primaru trenutni napon  $u_p = 220 \text{ V}$ , dok je istovremeno trenutna jačina struje u njemu:  $i_p = 5 \text{ A}$ . Zadatak je izračunati indukovani napon i jačinu struje u sekundaru.

$$\frac{u_p}{u_s} = \frac{n_p}{n_s}$$

$$\frac{i_p}{i_s} = \frac{n_s}{n_p}$$

$$u_s = u_p \cdot \frac{n_s}{n_p}$$

$$i_s = i_p \cdot \frac{n_p}{n_s}$$



$$u_s = 220V \cdot \frac{300}{3}$$

$$i_s = 5A \cdot \frac{3}{300}$$

$$u_s = 22\,000\,V$$

$$i_s = 0.05\,A$$

Na kraju možemo izračunati i trenutne snage u primaru i sekundaru:

$$p_p = u_p \cdot i_p$$

$$p_s = u_s \cdot i_s$$

$$p_p = 220\,V \cdot 5\,A$$

$$p_s = 22\,000\,V \cdot 0.05\,A$$

$$p_p = 1\,100\,W$$

$$p_s = 1\,100\,W$$

odakle se vidi da su trenutne snage u primaru i sekundaru jednake.

### Prenošenje električne energije na daljinu

Potreba za prenošenje električne energije na veće udaljenosti javlja se zato što se struja obično proizvodi daleko od potrošača: hidroelektrane se prave na rekama – tamo gde je zgodno formirati veštačka jezera, dakle u klisurama ili kanjonima, dok se termoelektrane prave obično na velikim ugljenokopima.

Glavni problem u prenošenju električne energije jeste gubitak energije zbog Džul – Lencovog zakona:

$$Q = I_{ef}^2 \cdot R \cdot t.$$

Naime, pri proticanju kroz žice dalekovoda električna energija se pretvara u toplotnu, a to predstavlja čist gubitak. Kako je otpor provodnika:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

spajanjem dva prethodna obrasca u jedan dobijamo od čega sve zavisi količina oslobođene toplote:

$$Q = \frac{I_{ef}^2 \cdot \rho \cdot l \cdot t}{S}.$$

Na vreme proticanja i na dužinu provodnika, u slučaju prenošenja električne energije kroz dalekovode, ne možemo značajnije uticati. Njih određuje udaljenost elektrane od potrošača.

Ali zato na preostala tri faktora možemo uticati.

Za materijal od koga se prave žice dalekovoda obično biramo bakar zato što ima izuzetno mali specifični otpor  $\rho$ .

Ove žice pravimo da budu debele da bi tako povećali njihov porečni presek  $S$ .

Značajno smanjujemo jačinu struje  $I_{ef}$  pre njenog uvođenja u dalekovodni sistem i to pomoću transformatora sa malim brojem navojaka u primaru, a velikim u sekundaru. Sekundarni efekat je da je napon jako povećan ( pogledaj prethodni primer ), pa je zato struja u dalekovodima visokog napona.

Pre nego što iz dalekovodnog sistema struja stigne do potrošača ona se ponovo transformiše, ali pomoću transformatora čiji je broj navojaka u primaru manji od broja navojaka u sekundaru. Time se struji ponovo povećava jačina struje, a kao sekundarni efekat dolazi do smanjenja napona. U gradskoj mreži je potrebno imati jaku struju zato što se električna energija u velikoj meri koristi tako da se pretvara u toplotu: TA – peći, grejalice, električni šporeti, fenovi, sijalice itd.