

Испитај монотонос и одреди екстремне вредности следећих функција:

1. а)  $y = 2x + \frac{1}{x}$ ; б)  $y = x + \ln(1 - 4x)$ ; в)  $y = x^2 e^x$ ; г)  $y = \frac{x}{\ln x}$ ; д)  $y = 3 + 8x + 4x^4$ ; ж)  $y = \frac{x^4}{4} - \frac{1}{x} + 2$ ;  
е)  $y = \frac{2}{3}x^9 - x^6 - 2x^3 - 3x^2 + 6x - 1$ ; ж)  $y = 2x + \sin x$ .

Одреди, вредности параметра  $a$  за које функције  $f(x)$  расту у области дефинисаности :

а)  $f(x) = \frac{a^2 - 1}{3}x^3 - (a - 1)x^2 + 6x - 1, x \in R$ ; б)  $f(x) = 2e^x - ae^{-x} + (2a + 1)x - 3, x \in R$ ;

в)  $f(x) = \sin x - a \sin 2x + 6x - \frac{1}{3} \sin 3x + 2ax, x \in R$ .

2. Одреди, вредности параметра  $a$  за које функција  $f(x) = (a + 2)x^3 - 3ax^2 + 9ax - 1$  монотонно опада у области дефинисаности .

3. Наћи критичне вредности функције: а)  $y = (x - 4)^{10}$ ; б)  $y = \frac{x^3}{3} + 2x^2 - 5x + 4 + \frac{1}{x}$ .

4. Одреди екстремне вредности функције  $y = x^2 - \ln(1 + 2x)$ .

5. За које вредности параметра  $a$  тачка екстремне вредности функције  $y = x^3 - 3ax^2 - 3(a^2 - 1)x + 1$  лежи у интервалу  $(-2, 4)$ ?

6. Наћи екстремне вредности функције: а)  $y = \cos^2 x + \cos x + 3$ ; б)  $y = 4x^4 + \frac{1}{x}$  на интервалу критичне  $(\frac{1}{4}, 1)$ ; в)  $y = \sqrt{x} - 2\sqrt[4]{x}$  на интервалу критичне  $(0, 100)$ ; г)

$y = e^{x^2 - 4x + 3}$  на интервалу критичне  $(-5, 5)$ ; д)  $y = 2x - \sqrt{x}$  на интервалу критичне  $(0, 4)$ :

7. За које вредности параметра  $a$  функције  $y = x^3 + 3(a - 7)x^2 + 3(a^2 - 9)x + 1$  има позитивну максималну вредност?

8. За које вредности параметра  $a$  функције  $y = \frac{a}{3}x^3 + (a - 2)x^2 - (a - 1)x + 2$  има негативну тачку минимума ?

9. Наћи све вредности параметра  $a$ , за које тачка минимума функције  $y = 1 + a^2x - x^3$

Задовољава неједнакост  $\frac{x^2 + x + 2}{x^2 + 5x + 6} \leq 0$ .

10) У којој тачки интервала  $(0, \frac{\pi}{2})$  функција  $y = \frac{(\operatorname{tg} x + 1)^2}{\operatorname{tg} x}$  има ннимању вредност?

11. Испитај монотонос и одреди екстремне вредности следећих функција:.

а)  $y = x + \sin 2x$ ; б)  $y = x^2 - \ln x^2$ ; в)  $y = x^2 e^{\frac{1}{x}}$ ; г)  $y = \cos 2x + 2 \sin x$ ; д)  $y = \frac{\sin x - 2}{\cos x}$  ;.

12. Наћи екстремне вредности функције: а)  $y = \frac{x}{x^2 + 0 - 2x + 4}$ ; б)  $y = \frac{5-x}{9-x^2}$  на интервалу критичне (0,2); в)  $y = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1$  на интервалу критичне (-1,2);

г)  $y = e^x - ax, a > 0$ ; д)  $y = \frac{\cos x - 1}{\cos x - \sin x}$  на интервалу критичне (0,  $2\pi$ ):

ђ)  $y = \frac{\sin x - 1}{\cos x - \sin x}$  на интервалу критичне (0,  $2\pi$ )

13.: Испитај монотонос и одреди екстремне вредности следећих функција:

а)  $y = x(x-2)^2$ ; б)  $y = 2x^3 + 3x^2 - 2$ ; в)  $y = \frac{(x-2)(8-x)}{x^2}$ ; г)  $y = \frac{x^3}{x^2 + 3}$ ; д)  $y = 3 - 2x^2 + 4x^4$ ;

ђ)  $y = (2^x - 1)(2^x - 2)^2$ ; е)  $y = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7$ ; ж)  $y = (x-1)e^{3x}$ .

14. Наћи екстремне вредности функције: а)  $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$ ; б)  $y = \frac{x}{3} + \frac{3}{x}$ ;

в)  $y = (x-3)^2(x-2)^2 + 1$ ; г)  $y = xe^{-x}$ ; д)  $y = xe^x$ ; ђ)  $y = \frac{x^2}{17} - \ln(x^2 - 8)$ .

15. Наћи екстремне вредности функције: а)  $y = \frac{4}{3}x^3 - 4x$ ; на интервалу (0,2) б)

$y = -x^3 + 3x^2 + 5$  на интервалу (0,3); в)  $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x$  на интервалу (0,3);

г)  $y = 3x^3 - 9x^2 + 2$ ; д)  $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 30$  на интервалу (-1,4);

ђ)  $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$  на интервалу (-5,5); е)  $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$  на интервалу (-2,2); ж)  $y = x^3 - 4x^2 + 4x + 3$  на интервалу (-1,3);

з)  $y = x^2(2x-3) - 12(3x-2)$  на интервалу (-3,6) и)  $y = \sqrt[3]{\frac{x^2}{2x-1}}$  на

интервалу  $\left(\frac{3}{4}, 2\right)$ ; ј)  $y = \sin x + \cos 2x$  на интервалу (0,  $\pi$ );

к)  $y = \cos 3x - 15 \cos 2x$  на интервалу  $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}\right)$ ;

л)  $y = (5 + \sin x)\cos x + 3x$  на интервалу  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ;

љ)  $y = 2x \sin 2x + \cos 2x - \sqrt{3}$  на интервалу  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{8}\right)$ ; м) Докажи, да за

функцију  $y = \sin x \cos^2 x$  испуњена неједнакост  $\max_{[-\pi, \pi]} f(x) > -\frac{7}{18}$ ;

н) Докажи, да за функцију  $y = \sin x \sin 2x$  испуњена неједнакост  $\max_{[-\pi, \pi]} f(x) < 0.77$