

MOLEKULSKO – KINETIČKA TEORIJA GASOVA

Uvod

U fizici postoje dva pristupa proučavanju gasnih zakona:

- mikroskopski i
- makroskopski pristup.

Prvi od ova dva pristupa je primenjen upravo u ovoj oblasti, a to je Molekulsko – kinetička teorija gasova.

Drugi, makroskopski pristup, je primenjen u sledećoj oblasti koja se naziva Termodinamika.

Razlika između ova dva pristupa je u sledećem:

- mikroskopski polazi od postojanja molekula gasa koji se kreću (odatle i naziv teorije), sudaraju sa zidovima suda u kojem je gas zatvoren, pritom deluju na zidove nekom silom koja na te zidove vrši pritisak... Ovakvo ponašanje molekula gasa se opisuje matematičkim jednačinama, iz kojih se posebnim postupkom dobijaju gasni zakoni.

- makroskopski polazi od tri osnovna parametra kojima se može opisati dati gas, a to su: pritisak, zapremina i temperatura gasa, kao i od unutrašnje energije gasa, količine toplote koju gas razmenjuje sa svojom okolinom i rada koji gas vrši ili se vrši nad gasom. Ove veličine služe za opisivanje, prevashodno, eksperimentalno dobijenih zakonitosti ponašanja gasova.

Dakle, prvi način spada u matematički metod dobijanja zakona fizike. Ovaj metod se u fizici koristi od sredine XIX veka, a u fiziku ga je uveo škotski matematičar Viljem Hamilton. Može se reći da je Hamilton otkrio jedno novo oruđe nauke, a to je matematički jezik. Postoji mišljenje da je to jedno od najvažnijih otkrića u istoriji civilizacije, koje se izjednačava sa otkrićima: vatre, točka i govornog jezika, a čak ima i mišljenja da ih po značaju daleko prevazilazi.

Upravo ova oblast fizike treba da prikaže upotrebu matematičkog jezika za dobijanje zakona fizike, u ovom slučaju četiri gasna zakona koja su u fizici poznati kao: Bojl – Mariotov, Gej Lisakov, Šarlov i Avogadrov zakon. Pre nego što pokažem kako se ovi zakoni izvode, smatram da treba uopšteno objasniti upotrebu matematičkog jezika.

Ako neku prirodnu pojavu treba opisati, za to postoje dva načina:

- govornim jezikom i
- matematičkim jezikom.

Kada govornim jezikom kažemo tj. napišemo sve što znamo o toj pojavi, tu je »kraj priče«. Tako dobijeni tekst može poslužiti, recimo, za prenošenje znanja o toj pojavi drugim ljudima, što je uostalom i ono za šta služe udžbenici i druga stručna literatura.

Kada matematičkim jezikom, tj. jezikom jednačina (ili nejednačina) opišemo sve što znamo o toj pojavi, priči još uvek nije kraj jer se tada pojavljuju dve mogućnosti. Prva je da te jednačine predstavljaju sistem jednačina sa određenim brojem nepoznatih (koji je jednak broju jednačina), pa se tada kao sistem mogu i rešavati. Dobijena rešenja nam u principu kažu (kada ih prevedemo na govorni jezik) nešto novo o toj pojavi. Druga mogućnost je da nepoznatih (promenljivih) veličina ima više od broja jednačina, ali tada se može vršiti analiza dobijenih jednačina pod određenim uslovima, što opet dovodi do novih saznanja o toj pojavi. Upravo ova druga mogućnost će vam biti prikazana u matematičkom odeljku ove teorije.

Opisani matematički metod za dobijanje novih prirodnih zakona je u početku bio primljen sa rezervom, ali već početkom dvadesetog veka ovo postaje opšte prihvaćeni način dobijanja novih zakona prirode. Danas se jedan fizički zakon smatra pouzdanim tek ako je dobijen i matematičkim i eksperimentalnim metodom. Ako je pre 200 godina glavni metod u fizici bio eksperimentalni, danas možemo reći da primat u potpunosti pripada matematičkom metodu.

Molekulsko – kinetička teorija gasova je skoro u potpunosti delo austrijskog fizičara Ludviga Bolcmana. Nastala je u drugoj polovini XIX veka i predstavlja jednu od prvih primena matematičkog jezika u fizici.

Cilj proučavanja ove teorije nije dakle samo upoznavanje sa gasnim zakonima koji iz nje slede, već i prikazivanje upotrebe matematičkog jezika u fizici.

Matematika upotrebljena u ovoj teoriji je dovoljno jednostavna, da je možete pratiti sa postojećim znanjem matematike.

Model idealnog gasa

Prilikom pristupanja matematičkom opisivanju gasa Bolcman je došao do vrlo složenih jednačina. Da bi ih uprostito on je zanemario sledeće četiri osobine realnog gasa:

- uzeo je da su molekuli gasa materijalne tačke, zanemarujući dakle njihov oblik i veličinu,
- zanemario je dejstvo međumolekularnih sila,
- zanemario je njihove međusobne sudare i
- uzeo je da je sudar molekula sa zidom suda, u kome se gas nalazi, apsolutno elastičan, zanemarujući pritom smanjenje kinetičke energije tog molekula.

Međutim, ovakav gas nije više realan, pa se danas u fizici ovaj model naziva idealnim gasom.

Kasnijim proverama je utvrđeno da jednačine koje opisuju idealan gas, ali i zakoni nastali iz njih važe sa vrlo malom greškom i za realan gas, ali pod uslovom da je on jako razređen. Ali što je razmatrani gas zgusnutiji to je greška veća. Očigledno je da je gustina gasa u direktnoj vezi sa mogućnošću zanemarivanja dejstva međumolekularnih sila u njemu, kao i međusobnog sudaranja njegovih molekula.

Ovakva uprošćavanja postojećih realnih prirodnih pojava i pravljenje uprošćenih modela nije ništa neobično, pa ovo ne treba shvatiti kao Bolcmanovu grešku.

Kelvinova temperaturna skala. Apsolutna nula

Mi u svakodnevnom životu koristimo Celzijusovu temperaturnu skalu. To je i najrasprostranjenija temperaturna skala. Ona je nastala tako što je Celzijus za nulu svoje skale izabrao temperaturu na kojoj se voda ledi, tj. led topi pri normalnom atmosferskom pritisku. Za 100 stepeni on je izabrao temperaturu na kojoj voda ključa, opet pri normalnom pritisku.

U SAD u upotrebi je Farenhajtova temperaturna skala. U ovoj skali voda ledi na $32^{\circ}F$, a ključa na $212^{\circ}F$. Formula po kojoj se može preračunavati Celzijusova u Farenhajtovu temperaturu glasi:

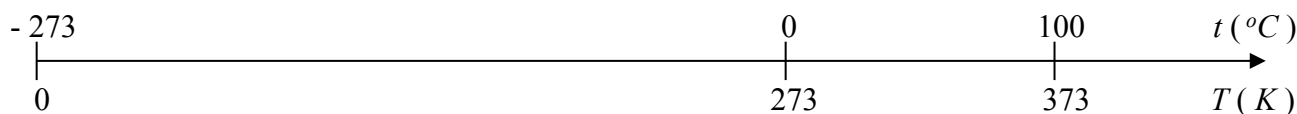
$$t(^{\circ}F) = \frac{9}{5}t(^{\circ}C) + 32.$$

Krajem XIX veka lord Kelvin je predložio temperaturnu skalu koja uopšte nema negativne temperature. Ova skala se zasniva na činjenici da postoji najniža temperatura u prirodi, a ona iznosi:

$$t_0 = -273,15^{\circ}C \approx -273^{\circ}C.$$

Kelvin je dakle uveo temperaturnu skalu čija se nula nalazi baš na najnižoj temperaturi, a veličina jednog stepena Kelvinove skale je odgovarajuća veličini jednog Celzijusovog stepena.

Na sledećoj brojnoj pravoj su prikazane uporedne vrednosti nekih Celzijusovih i Kelvinovih temperatura:



Može se uočiti da su vrednosti Kelvinovih temperatura pomerene za 273 stepena u odnosu na odgovarajuće vrednosti Celzijusovih temperatura, što se može iskazati i sledećom relacijom:

$$T = t + 273.$$

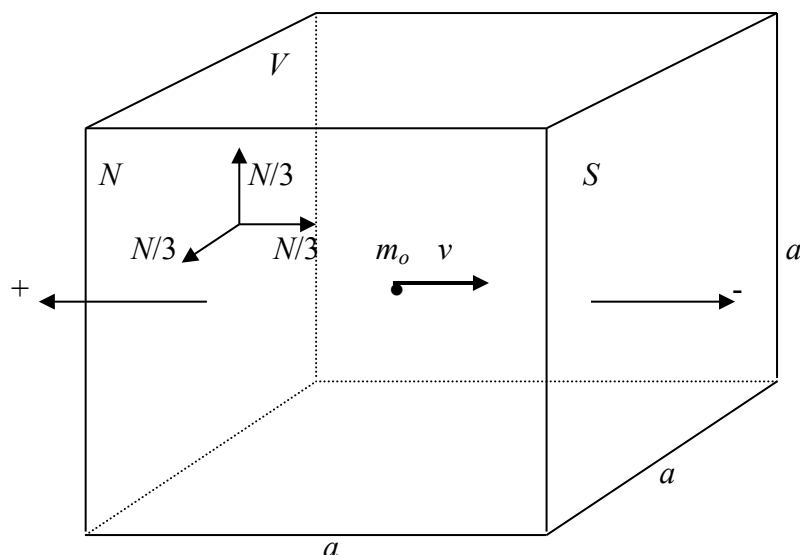
Danas se u fizici koristi Kelvinova temperaturna skala, baš zato što ne sadrži negativne temperature (apsolutna skala), pa je zato mnogo jednostavnija od obe prethodno navedene skale.

Razlog da postoji donja granica u hlađenju je sadržan u sledećim definicijama:

- *hlađenje datog tela je proces oduzimanja njegove unutrašnje energije i*
- *unutrašnja energija datog tela je jednaka zbiru kinetičkih i potencijalnih energija svih mikročestica (molekula, atoma, neutrona, priona i elektrona) koje čine to telo.*

Logika je sledeća: dato telo sadrži samo određenu tj. konačnu količinu unutrašnje energije, pa ga je nemoguće beskonačno hladiti. Mogućnost daljeg hlađenja praktično prestaje onog trenutka kada je telu već oduzeta sva unutrašnja energija. Tog trenutka telo se nalazi na apsolutnoj nuli, tj. na najnižoj mogućoj temperaturi. Možda više od postojanja granice u hlađenju začuđuje činjenica da je ta granica ista za sva tela.

Osnovna jednačina kinetičke teorije gasova



desno.

sl. 1.

molekula srednja tj. prosečna brzina svih molekula ovog gasa. Izbor je logičan, jer izabrani molekul treba da bude karakteristični predstavnik svih molekula gasa u kocki.

Dok se kreće udesno molekul ima impuls:

$$p_1 = -m_0 \cdot v.$$

Znak (-) u obrascu znači da smo smer kretanja udesno uzeli da bude negativan, dok će zato smer kretanja ulevo biti pozitivan. Posle sudara sa desnim zidom kocke molekul se kreće ulevo, impulsom iste brojne vrednosti – zato što je sudar sa zidom apsolutno elastičan, pa je brojna vrednost brzine molekula nepromenjena – ali sa pozitivnim predznakom:

$$p_2 = m_0 \cdot v.$$

Pri sudaru sa zidom dolazi do promene impulsa molekula:

$$\Delta p = p_2 - p_1 = m_0 \cdot v - (-m_0 \cdot v) = m_0 \cdot v + m_0 \cdot v = 2m_0 \cdot v.$$

Najteži deo ovog posla je da uvedemo odgovarajući interval vremena. Cilj njegovog uvođenja je da se pomoću osnovnog zakona dinamike:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t},$$

definiše sila kojom izabrani molekul deluje na desni zid kocke pri sudaru sa njim. Dužinu ovog intervala vremena je najbolje izabrati tako da svaki molekul, koji se kreće levo – desno, stigne da se u toku ovog vremena sudari »jednom i samo jednom« sa desnim zidom kocke. Ako to postignemo bićemo sigurni koliki se broj sudara desio u toku ovog vremena. Naime, tada će broj sudara sa desnim zidom biti tačno $N/3$, zato što se duž ovog pravca kreće upravo $N/3$ molekula, a svaki od njih će se sa desnim zidom u toku ovog vremena sudariti samo jednom. S obzirom da se molekul između dva sudara praktično kreće ravnomerno, za traženi interval vremena možemo koristiti obrazac:

$$vreme = \frac{put}{brzina}.$$

Dužinu ovog vremenskog intervala možemo podešavati samo promenom dužine pređenog puta, ali ne i promenom brzine. Metodom pokušaja možemo uzimati da je put prvo jednak ivici kocke a , pa onda $2a$, pa $3a$, ali lako se vidi da će molekul koji se kreće srednjom brzinom stići da izvrši »jedan i samo jedan« sudar sa desnim zidom kocke upravo ako je izabrani pređeni put $2a$. Za ovako izabrano vreme svaki molekul, koji se kreće srednjom brzinom, će uspeti da pređe rastojanje jednako dvostrukoj ivici kocke $2a$, pa ma gde se on nalazio u početnom trenutku ovog intervala.

Treba uočiti da će se u toku ovog vremena desiti i po jedan sudar svakog molekula i sa levim zidom kocke, pod uslovom da se oni kreću srednjom brzinom. Zato će izvođenje koje sledi važiti i za levi zid kocke. Ista logika se onda može primeniti i na ostala dva pravca kretanja u kocki, što ukazuje da će

Na sl. 1. je prikazana posuda oblika kocke ivice a , u kojoj se nalazi N molekula idealnog gasa.

Molekuli gasa u kocki se mogu kretati u jednom od tri nacrtana pravca, a to su: gore – dole, levo – desno i napred – nazad. Ako je broj molekula gasa jako veliki, tada se može očekivati da će se u svakom od ova tri pravca kretati približno isti broj molekula, zato što je verovatnoća takve raspodele pravaca njihovog kretanja najveća.

Mi ćemo pratiti kretanje jednog slučajno izabranog molekula gasa mase m_0 , koji se kao na slici kreće levo –

Uzećemo da je brzina ovog

izvođenje koje sada radimo za desni zid kocke važiti i za sve ostale zidove, tj. praktično za celu kocku.

Dakle traženi vremenski interval je:

$$\Delta t = \frac{2a}{v}.$$

Sada je srednja sila kojom izabrani molekul deluje na desni zid kocke pri sudaru sa njim:

$$\bar{F}_1 = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\frac{2m_0 \cdot v}{1}}{\frac{2a}{v}} = \frac{m_0 \cdot v^2}{a}.$$

Ovo je prosečna sila koja nastaje od dejstva jednog molekula na zid kocke, a ukupna srednja sila koja deluje na desni zid u toku vremena Δt je:

$$\bar{F} = \frac{N}{3} \cdot \bar{F}_1 = \frac{N}{3} \cdot \frac{m_0 \cdot v^2}{a}.$$

Kako se pritisak definiše kao količnik sile i površine na koju ona deluje, dobijamo da je pritisak gasa na desni zid kocke:

$$p = \frac{\bar{F}}{S} = \frac{\frac{N \cdot m_0 \cdot v^2}{3a}}{\frac{1}{a^2}} = \frac{N \cdot m_0 \cdot v^2}{3a^3} = \frac{N \cdot m_0 \cdot v^2}{3V} = \frac{1}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot m_0 \cdot v^2.$$

Ako količnik ukupnog broja molekula i zapremine koju oni zauzimaju označimo kao broj molekula u jedinici zapremine – n_0 (skraćen naziv je koncentracija gasa), a desnu stranu pomnožimo sa $\frac{1}{2}$ i 2 dobićemo:

$$p = \frac{1}{3} \cdot n_0 \cdot \frac{1}{2} \cdot m_0 \cdot v^2 \cdot 2,$$

može se uočiti da je u izrazu prisutan izraz za srednju kinetičku energiju datog molekula $\bar{E}_k = \frac{1}{2} \cdot m_0 \cdot v^2$, pa je:

$$p = \frac{2}{3} \cdot n_0 \cdot \bar{E}_k.$$

Ova jednačina se u fizici naziva: osnovna jednačina kinetičke teorije gasova. Mi smo je izveli za desni zid kocke, ali ona važi isto tako i za sve ostale zidove u kocki, pa je ovo zbog toga obrazac za pritisak gasa u kocki.

Iz jednačine se vidi da će pritisak gasa u kocki biti utoliko veći ukoliko je veća koncentracija molekula gasa i ukoliko je veća kinetička energija pojedinačnih molekula tog gasa.

Direktna srazmera pritiska i koncentracije je u skladu sa našim iskustvom, jer kada, recimo, pumpate gumu na bicikli, vi tada ubacujete vazduh u nju tj. povećavate broj molekula (koncentraciju gasa) u njoj, što izaziva željeno povećanje pritiska.

Direktna srazmera pritiska i srednje kinetičke energije pojedinačnih molekula je logična, zato što veća kinetička energija znači ili veće mase ili veće brzine molekula, a u oba slučaja sudari molekula gasa sa zidovima kocke će biti jači, pa će i pritisak na njih biti veći.

Veza srednje kinetičke energije i temperature

U ovom delu izvođenja polazi se od dve jednačine: od osnovne jednačine kinetičke teorije gasova i od jednačine koja povezuje pritisak i temperaturu gasa i koja kaže da je pritisak gasa direktno srazmeran temperaturi, što inače imamo u svom neposrednom iskustvu. Na primer: ako je košarkaška lopta hladna a istovremeno i previše mekana, tj. sa suviše malim pritiskom, tada ako je stavimo na sunce, tj. ako je zagrejemo pritisak u njoj poraste i ona postaje pogodnija za igru. Dakle pritisak gasa je direktno srazmeran njegovoj temperaturi, što se može napisati:

$$p = b \cdot T,$$

gde je b konstanta proporcionalnosti.

Dakle:

$$p = \frac{2}{3} \cdot n_0 \cdot \bar{E}_k$$

$$p = b \cdot T$$

Kako su leve strane ove dve jednačine jednake, sledi jednakost desnih strana:

$$\frac{2}{3} \cdot n_0 \cdot \bar{E}_k = b \cdot T$$

a prebacivanjem članova se dobija:

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2} \cdot \frac{b}{n_0} \cdot T$$

Kasnije je otkriveno da je odnos b/n_0 u poslednjoj jednačini univerzalna konstanta. Danas se ona naziva Bolcmanova konstanta, a njena vrednost je:

$$k = \frac{b}{n_0} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}.$$

Uvođenjem Bolcmanove konstante dobija se konačno veza srednje kinetičke energije datog molekula gasa sa apsolutnom temperaturom tog gasa:

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T.$$

Ova veza ima jedno izuzetno značajno tumačenje za razumevanje fizike gasnog stanja, a to je: što je temperatura gasa veća, to je veća i kinetička energija njegovih molekula, što opet znači da su molekuli u toplijem gasu brži, a u hladnijem sporiji.

Jednačina stanja idealnog gasa

Jednačina stanja idealnog gasa se izvodi iz sledeće tri, do sada već poznate jednačine:

$$p = \frac{2}{3} \cdot n_0 \cdot \bar{E}_k$$

$$n_0 = \frac{N}{V}$$

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$$

Zamenom druge i treće jednačine u prvu dobija se:

$$p = \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$$

$$p \cdot V = N \cdot k \cdot T.$$

Ovo je prvi oblik jednačine stanja idealnog gasa, a ona se može transformisati na sledeći način: ukupan broj molekula gasa se može prikazati i kao broj molova tog gasa pomnožen Avogadrovim brojem.

Logika je sledeća: jedan mol gasa sadrži Avogadrov broj molekula, pa je tada: $N = 1 N_A$
dva mola gasa sadrže dva puta više molekula, pa je zato: $N = 2 N_A$
dok proizvoljan broj molova gasa n_m sadrži: $N = n_m N_A$

Avogadrov broj je univerzalna konstanta i ima sledeću vrednost:

$$N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \frac{1}{mol}$$

Jednačina stanja idealnog gasa je sada:

$$p \cdot V = n_m \cdot N_A \cdot k \cdot T$$

Ako proizvod dve univerzalne konstante: Bolcmanove i Avogadrove proglasimo za novu konstantu, koja se naziva univerzalna gasna konstanta, sledi:

$$R = N_A \cdot k = 6,023 \cdot 10^{23} \frac{1}{mol} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K} = 8,31 \frac{J}{Kmol},$$

pa je uvedemo u prethodnu jednačinu dobićemo:

$$p \cdot V = n_m \cdot R \cdot T$$

što je završni i glavni oblik jednačine stanja idealnog gasa. Cilj ovog celog izvođenja je u stvari bio da se tri osnovna parametra stanja jednog gasa – a to su njegov pritisak, zapremina koju zauzima i njegova temperatura – dovedu u istu jednačinu, koja se zato i zove jednačina stanja.

Što se tiče matematičkog jezika, sada se nalazimo na pola ranije objašnjenog puta. Sve što smo znali o gasu napisano je u prethodnim jednačinama, čiju svojevrstnu sintezu predstavlja jednačina stanja idealnog gasa. Ostaje drugi deo postupka, a to je analiza ove jednačine pod određenim uslovima. Pokazuje se da se ova analiza sastoji od četiri dela i da iz njih proishode četiri gasna zakona...

Analiza jednačine stanja idealnog gasa. Gasni zakoni

Prva tri dela ove analize se vrše pod pretpostavkom da je jedan od parametara stanja stalan, pa se posmatra u kakvoj su međusobnoj zavisnosti preostala dva parametra.

Bojl – Mariotov zakon

Ovaj zakon se dobija kada pretpostavimo da je temperatura gasa stalna $T = \text{const.}$ Uzećemo da je gas hermetički zatvoren, a to znači da je količina gasa stalna ili $n_m = \text{const.}$ Pošto je R već univerzalna konstanta, pogledaćemo u kakvom su onda međuođnosu zapremina i pritisak gasa:

$$\frac{p \cdot V = n_m \cdot R \cdot T}{n_m = \text{const.}}$$

$$R = \text{const.}$$

$$T = \text{const.}$$

sledi:

$$p \cdot V = \text{const.}$$

ili:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 = p_3 \cdot V_3 = \dots$$

Značenje poslednja dva izraza se najbolje može videti na sledećem primeru: ako se hermetički zatvoren gas nalazi na pritisku $p_1 = 100\,000\text{ Pa}$, u posudi zapremine $V_1 = 4\text{ m}^3$, pa se pri stalnoj temperaturi sabije do zapremine $V_2 = 1\text{ m}^3$, koliki će biti novi pritisak p_2 tog gasa ?

Jasno je da će posle ovakvog sabijanja pritisak gasa biti povećan, ali koliki će on biti. Odgovor se nalazi u obrascu:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

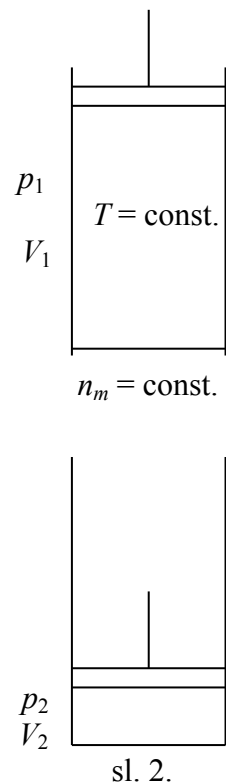
$$100000\text{ Pa} \cdot 4\text{ m}^3 = p_2 \cdot 1\text{ m}^3$$

$$p_2 = 400000\text{ Pa}$$

Na osnovu svega prethodno rečenog dolazimo i do definicije Bojl – Mariotovog zakona:

Ako je temperatura hermetički zatvorenog gasa stalna, tada će svaka promena zapremine tog gasa biti automatski praćena takvom promenom njegovog pritiska, da će proizvod pritiska i zapremine tog gasa biti uvek isti.

Drugim rečima, pod navedenim uslovima pritisak i zapremina gasa su obrnuto srazmerne veličine. Koliko puta se zapremina poveća, toliko puta se pritisak smanji i obrnuto. To se moglo videti i u



sl. 2.

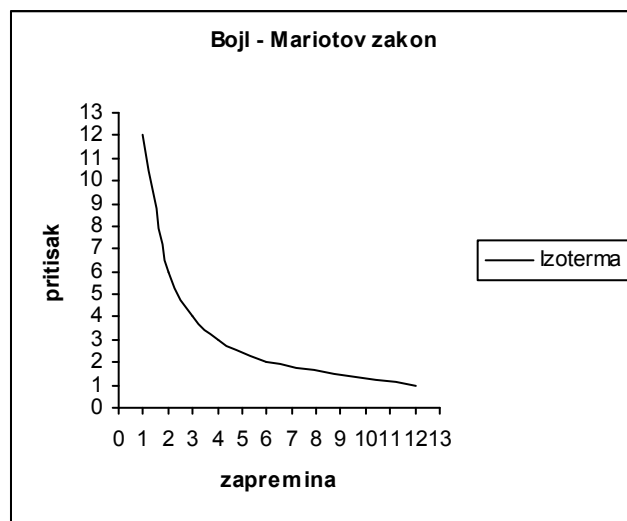
prethodnom primeru, gde je četverostruko smanjenje zapremine dovelo do četverostrukog povećanja pritiska.

Uzmimo sada hermetički zatvoren gas čiji je proizvod pritiska i zapremine pri stalnoj temperaturi $pV = 12$. Jedinice su u ovom slučaju nevažne.

Pogledajmo tabelu u kojoj je dat niz promena zapremine i odgovarajući niz promena pritiska:

V	1	2	3	4	6	12
p	12	6	4	3	2	1

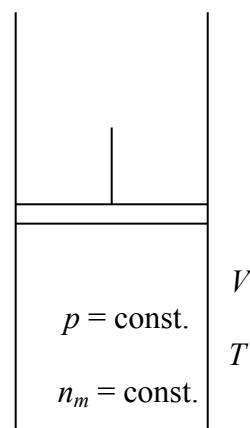
Ovaj niz izotermnih promena zapremine i pritiska je moguće prikazati i grafički. Kriva koja na grafiku spaja tačke – koje grafički prikazuju podatke iz tabele – naziva se »izoterma«. Treba uočiti da se na osama ovog grafika nalaze pritisak i zapremina, pa se zato on u fizici skraćeno naziva pV – dijagram.



sl. 3.

Gej Lisakov zakon

Ovaj zakon je posledica pretpostavke da je pritisak gasa stalan: $p = const.$ Dakle u cilindru sa klipom se nalazi hermetički zatvoren gas, a mi želimo da, pri proizvoljnoj promeni temperature, njegov pritisak ostane stalan. Jedini način da se to desi jeste promena njegove zapremine, ali pitanje je – kakva? Ako temperatura gasa poraste, tada će automatski porasti i njegov pritisak, a naš je zadatak da taj porast pritiska sprečimo. To bi se moglo izvesti povećanjem zapremine koju gas zauzima – jer bi to izazvalo smanjenje pritiska. Međutim, pojavljuje se sada ključni problem: a za koliko, konkretno, treba povećati zapreminu datog gasa da bi njegov pritisak ostao stalan, pri povećanju njegove temperature za, recimo, 1 stepen? Upravo ovaj problem rešava Gej Lisakov zakon, a on sledi iz naredne analize jednačine stanja idealnog gasa:



sl. 4.

$$p \cdot V = n_m \cdot R \cdot T$$

$$n_m = const.$$

$$R = const.$$

$$p = const.$$

$$V = \frac{n_m \cdot R}{p} \cdot T$$

Ako uzmemo da je:

$$\frac{n_m \cdot R}{p} = c$$

gde je c konstanta, tada imamo:

$$V = c \cdot T.$$

Prethodna jednačina znači da svakoj temperaturi gasa odgovara određena zapremina, a u vezi sa početnim uslovima. Ona važi za sve temperature, pa i za $t = 0 \text{ } ^\circ\text{C}$, tj. za $T_0 = 273 \text{ K}$, pri čemu ovoj temperaturi odgovara zapremina V_0 , odakle sledi:

$$V_0 = c \cdot T_0.$$

Deljenjem poslednje dve jednačine dobija se:

$$\frac{V}{V_0} = \frac{c \cdot T}{c \cdot T_0}$$

odakle, kraćenjem konstante c , sledi:

$$\frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0},$$

što predstavlja Gej Lisakov zakon u Kelvinovoj temperaturnoj skali. Međutim da bi smo uspešno rešili problem postavljen na početku ove lekcije – a on da se podsetimo glasi: za koliko treba povećati zapreminu hermetički zatvorenog gasa, čiju smo temperaturu povećali za 1 stepen, ako želimo da njegov pritisak ostane stalan – treba preći iz Kelvinove u Celzijusovu temperaturnu skalu. Dakle iz:

$$T = 273 + t$$

$$T_0 = 273$$

sledi:

$$\frac{V}{V_0} = \frac{273 + t}{273}$$

$$V = V_0 \cdot \frac{273 + t}{273}$$

$$V = V_0 \cdot \left(1 + \frac{t}{273} \right)$$

U udžbenicima poslednji izraz se uzima za Gej Lisakov zakon u Celzijusovoj temperaturnoj skali. Da bi smo ga lakše pročitali napravićemo još nekoliko koraka:

$$V = V_0 + \frac{t}{273} \cdot V_0,$$

i ako sada pretpostavimo da je temperatura porasla za 1 stepen:

$$t = 1$$

$$V = V_0 + \frac{1}{273} \cdot V_0$$

Ako sada pročitamo dva poslednja reda, a u vezi sa početnim uslovima, dobićemo definiciju Gej Lisakovog zakona i ujedno rešenje postavljenog problema:

Ako temperaturu, hermetički izolovanog gasa, povišimo za 1 stepen, tada, ako želimo da njegov pritisak ostane stalan, moramo njegovu početnu zapreminu (V_0) povećati za jedan dvesta sedamdeset treći deo te početne zapremine.

Ostaje samo da se razmotri jedna finesa: da li je ovaj proces automatski, ili mi moramo da pomerimo klip u novi položaj? Na prvi pogled, čini se da će povećanje temperature izazvati povećanje pritiska gasa, što će narušiti postojeću ravnotežu spoljašnjeg i unutrašnjeg pritiska, a da će to dalje dovesti do pomeranja klipa, sve dok se ravnoteža pritiska ponovo ne uspostavi – dakle izgleda da je proces automatski. Međutim, treba imati u vidu da je gas u cilindru hermetički zatvoren i to klipom. Realno to znači da klip čvrsto naleže na unutrašnji zid cilindra, a to dalje znači da između klipa i cilindra vlada velika sila trenja. Ona će sprečiti automatsko odvijanje prethodno opisanog procesa, što znači da ćemo mi morati da se umešemo i da pomerimo klip onoliko koliko je potrebno, da bi pritisak ostao stalan – što je uostalom u datoj definiciji i rečeno.

Procesi koje opisuju Gej Lisakov zakon se nazivaju – izobarski procesi.

Šarlov zakon

Ovaj zakon se dobija iz pretpostavke da je zapremina, koju gas zauzima, stalna: $V = \text{const.}$ Kao i u prethodna dva slučaja gas je hermetički zatvoren, a u jednačini stanja sada su promenljiva sledeća dva parametra: temperatura i pritisak.

Problem: šta se dešava sa pritiskom gasa ako se njegova temperatura povećava – lako je rešiti na osnovu svakodnevnog iskustva: dakle, sa povećanjem temperature i pritisak gasa će se povećavati. Primer za ovo smo već razmatrali na početku izvođenja veze srednje kinetičke energije i temperature. Upotrebljena logika je prilično jednostavna: ako temperatura gasa raste, tada raste i brzina njegovih molekula, pa oni tada jače udaraju u zidove suda, a to znači da je tada i pritisak na zidove veći.

U stvari, glavni problem koji ovde treba rešiti glasi: ako se temperatura gasa, čija je zapremina stalna, poveća za 1 stepen, za koliko će se povećati njegov pritisak? Problem je sličan problemu iz prethodnog zakona, a rešava se analizom jednačine stanja idealnog gasa pod navedenim uslovima:

$$p \cdot V = n_m \cdot R \cdot T$$

$$n_m = \text{const.}$$

$$R = \text{const.}$$

$$V = \text{const.}$$

$$p = \frac{n_m \cdot R}{V} \cdot T$$

$$\frac{n_m \cdot R}{V} = b$$

$$p = b \cdot T$$

$$p_0 = b \cdot T_0$$

$$\frac{p}{p_0} = \frac{b \cdot T}{b \cdot T_0}$$

$$\frac{p}{p_0} = \frac{T}{T_0}$$

što predstavlja Šarlov zakon u Kelvinovoj temperaturnoj skali. Zamenom:

$$T = t + 273$$

$$T_0 = 273$$

u prethodni izraz dobijamo:

$$\frac{p}{p_0} = \frac{273 + t}{273}$$

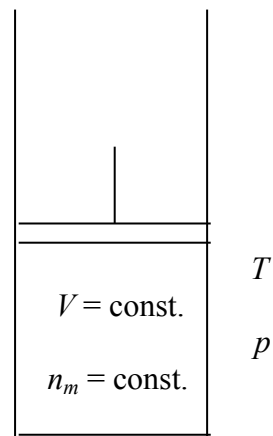
$$p = p_0 \cdot \frac{273 + t}{273}$$

$$p = p_0 \cdot \left(1 + \frac{t}{273} \right)$$

što se smatra Šarlovim zakonom u Celzijusovoj temperaturnoj skali. Dalje sledi:

$$p = p_0 + \frac{t}{273} \cdot p_0$$

Ako uzmemo da je temperatura povećana za 1 stepen, dobijamo konačno:



sl. 5.

$$t = 1$$

$$p = p_0 + \frac{1}{273} \cdot p_0$$

Čitanjem ovog rezultata, a u vezi sa početnim uslovima, dobijamo rešenje postavljenog problema i ujedno definiciju Šarlovog zakona:

Ako se hermetički zatvorenom gasu poveća temperatura za 1 stepen, pri stalnoj zapremini, tada će se njegov početni pritisak automatski povećati za $1/273$ – či deo tog početnog pritiska.

Procesi koje opisuje Šarlov zakon, nazivaju se: izohorski procesi.

Avogadrov zakon

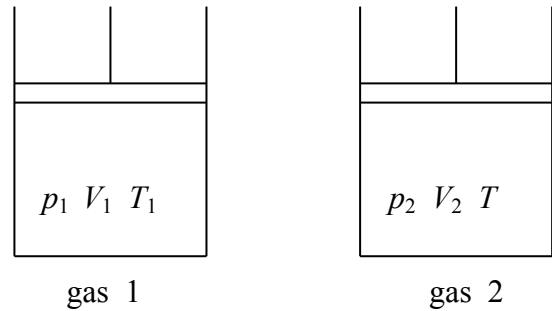
Ovaj zakon predstavlja rešenje sledećeg problema: ako imamo dva različita gasa (recimo kiseonik i azot) koji su hermetički zatvoreni u dve posude iste zapremine, a na istom pritisku i na istoj temperaturi, da li ova dva gasa tada sadrže jednak broj molekula ? Rešenje ovog problema sledi iz analize prvog oblika jednačine stanja idealnog gasa, koji glasi: $p \cdot V = N \cdot k \cdot T$.

Početni uslovi glase:

$$V_1 = V_2$$

$$p_1 = p_2$$

$$T_1 = T_2$$



sl. 6.

Sada napišemo jednačinu stanja za oba gasa:

$$p_1 \cdot V_1 = N_1 \cdot k \cdot T_1$$

$$p_2 \cdot V_2 = N_2 \cdot k \cdot T_2$$

Sada možemo iz obe jednačine izraziti ukupan broj molekula:

$$N_1 = \frac{p_1 \cdot V_1}{k \cdot T_1}$$

$$N_2 = \frac{p_2 \cdot V_2}{k \cdot T_2}$$

Upoređivanjem desnih strana ove dve jednačine možemo videti da su one jednake, ako u obzir uzmemo početne uslove – pa su tada nužno jednake i leve strane, tj.

$$N_1 = N_2$$

Konačno možemo pročitati dobijeni rezultat, a u vezi sa početnim uslovima, čime dobijamo definiciju Avogadrovog zakona, a ujedno i rešenje problema koji je postavljen na početku lekcije:

Ako dva različita hermetički zatvorena gasa imaju iste parametre stanja, tada oni sadrže jednak broj molekula.

Ako je vaš osećaj u vezi sa ovakvim rešenjem, da je ono pogrešno, uzmite u obzir da se ovo odnosi na idealne gasove čiji su molekuli, praktično, materijalne tačke, tj. da se smatra da je zapremina koju molekul zauzima jednaka nuli.

Dodatak: Broj molova gasa n_m može se odrediti iz mase celog gasa m i molarne mase tog gasa

$M:$

$$n_m = \frac{m}{M}$$

pa jednačina stanja idealnog gasa dobija sledeći oblik:

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T .$$

Ova jednačina je poznata u Hemiji i u Fizici kao Klapejronova jednačina.

Epilog

U vreme kada je Bolcman izneo svoju Molekulska – kinetičku teoriju, u nauci se samo sporadično pominjala mogućnost postojanja molekula, tj atoma. U današnje vreme Bolcmanova teorija bi se smatrala direktnim dokazom postojanja molekula, zato što iz pretpostavke njihovog postojanja, na početku teorije, slede četiri gasna zakona, koji su ranije već bili eksperimentalno otkriveni, dakle koji su već bili poznati u nauci. Međutim Bolcmanovi savremenici, nenavikli na upotrebu matematičkog jezika u fizici, su smatrali da je u pitanju nekakav matematički trik. Decenijama je Bolcman bezuspešno pokušavao da ubedi svoje kolege da molekuli postoje, da bi na kraju 1906. godine, u nervnom rastrojstvu, izvršio samoubistvo uveren da se uzalud bori protiv čitave bujice suprotnog mišljenja. Ima zato ironije u činjenici da je godinu dana pre toga (1905.) Ajnštajn, u jednom od svoja tri čuvena rada iz te godine, objavio objašnjenje Braunovskog kretanja, zasnovanog na ideji o postojanju molekula. Škotski biolog Braun je, inače, primetio da se zrnca polenovog praha, potopljena u vodi, kreću po čudnim cik – cak putanjama. Ajnštajn je ovo kretanje objasnio tako što je matematički pokazao da je primećeno kretanje posledica sudara zrnaca polenovog praha sa molekulima vode pri termičkom kretanju molekula vode. U stvari, počevši od ovog Ajnštajnovog rada niko ozbiljan u nauci više i nije sumnjao u postojanje molekula. Bolcmanova nesreća je bila u tome što je pred kraj života prestao da prati naučna kretanja, pa mu je tako ovaj Ajnštajnov dokaz o postojanju molekula jednostavno promakao.

Kao što je već rečeno, prikazana teorija je jedna od prvih upotreba matematičkog jezika u nauci uopšte. Najveći doprinos prihvatanju ove nove naučne metode ja dao Ajnštajn, jer su obe njegove velike teorije: Specijalna i Opšta teorija relativnosti (iz 1905. i 1915. godine), kao i većina njegovih ostalih radova, bili zasnovani na upotrebi matematičkog jezika. Dvadeseti vek je period u kome je ovaj metod stekao punu afirmaciju. Kao potvrda ovoga može se reći da je najveći broj dosadašnjih Nobelovih nagrada za fiziku bio dodeljen za teorijska otkrića do kojih se došlo upotrebom matematičkog jezika.