

# Geometrijska optika

## Prelamanje svetlosti kroz prizmu

### Nesimetrično prelamanje

Na sl. 1. prikazana je trostrana prizma od stakla. Nesimetrično prelamanje svetlosti kroz prizmu se razlikuje od simetričnog prelamanja po tome što pri simetričnom prelamanju zrak prolazi kroz prizmu paralelno sa njenom osnovom ( vidi sl. 2.), dok pri nesimetričnom prelamanju zrak pri prolasku kroz prizmu nije paralelan sa njenom osnovom.

- $\alpha$  – je nagibni ugao prizme,
- $\delta$  – je ugao skretanja zraka,
- $\beta$  – je upadni ugao ulaznog zraka,
- $\gamma$  – je njegov prelomni ugao,
- $\theta$  – je upadni ugao izlaznog zraka,
- $\rho$  – je prelomni ugao zraka pri izlasku iz prizme
- $\phi$  i  $\varphi$  – su pomoćni uglovi,

prave  $p$  i  $q$  su normale na bočne strane prizme u tačkama u kojima zrak ulazi u prizmu i izlazi iz nje i

$n_v$  i  $n_s$  su apsolutni indeksi prelamanja vazduha kao spoljašnje sredine i stakla kao materijala od koga je prizma napravljena.

Nagibni ugao  $\alpha$ , u vrhu prizme, jednak je uglu između normala  $p$  i  $q$  zato što su to uglovi sa međusobno normalnim kracima.

Ugao skretanja zraka  $\delta$  nastaje kada ulazni zrak produžimo unapred, a izlazni zrak unazad.

Cilj narednog izvođenja je da se izrazi ugao skretanja  $\delta$  u funkciji uglova:  $\beta$  ( ulaznog u prizmu ),  $\rho$  ( izlaznog iz prizme ) i  $\alpha$  ( nagibnog ugla prizme ).

$$\beta = \phi + \gamma \quad \text{i} \quad \rho = \varphi + \theta \quad \text{kao unakrsni uglovi. Sledi:}$$

$$\beta + \rho = \phi + \gamma + \varphi + \theta$$

tj.

$$\phi + \varphi + \gamma + \theta = \beta + \rho. \quad (1)$$

Na osnovu matematičke teoreme da je spoljašnji ugao trougla jednak zbiru dva unutrašnja, ali njemu nesusedna ugla tog istog trougla, sledi:

$$\delta = \phi + \varphi \quad (2)$$

i

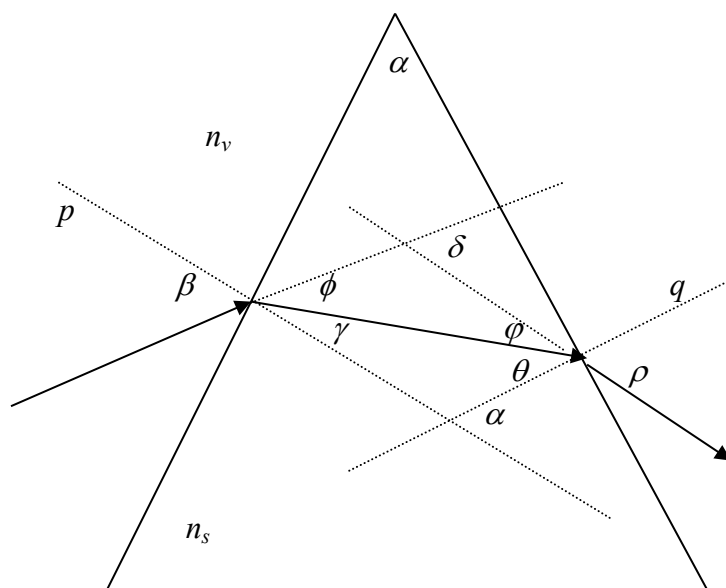
$$\alpha = \gamma + \theta \quad (3)$$

Zamenom izraza (2) i (3) u izraz (1) dobija se:

$$\delta + \alpha = \beta + \rho$$

tj. konačno:

$$\delta = \beta + \rho - \alpha. \quad (4)$$



sl. 1.

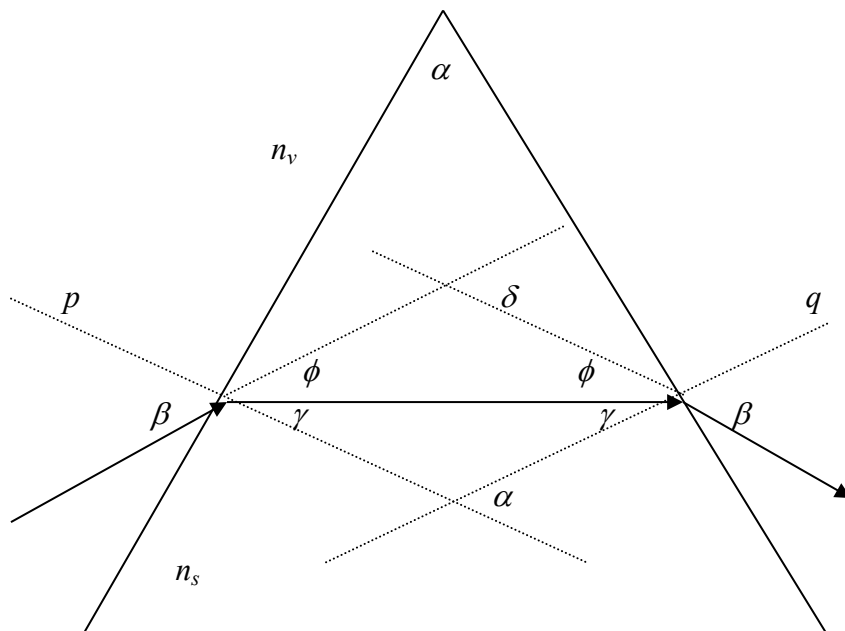
## Simetrično prelamanje

U slučaju simetričnog prelamanja svetlosni zrak prolazi kroz prizmu paralelno sa njenom osnovom.

U prvom delu izvođenja određuje se vrednost apsolutnog indeksa prelamanja materijala od koga je prizma napravljena, u ovom slučaju stakla, u funkciji od nagibnog ugla  $\alpha$  i od ugla skretanja zraka  $\delta$ .

U drugom delu, pod pretpostavkom da su  $\alpha$  i  $\delta$  mali uglovi, dolazi do značajnog uprošćavanja ovog izraza.

Na osnovu matematičke teoreme da je spoljašnji ugao trougla jednak zbiru dva unutrašnja, ali njemu nesusedna ugla tog istog trougla, sledi:



sl. 2.

$$\delta = \phi + \phi = 2 \cdot \phi \quad \Rightarrow \quad \phi = \frac{\delta}{2}, \quad (5)$$

$$\alpha = \gamma + \gamma = 2 \cdot \gamma \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{\alpha}{2} \quad (6)$$

Zakon prelamanja svetlosti primenjen na ovaj slučaj glasi:

$$\frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{n_s}{n_v}. \quad (7)$$

Kako je  $n_v \approx 1$ , sledi:

$$n_s = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} \quad (7a)$$

Kako je:  $\beta = \phi + \gamma$ , po teoremi o unakrsnim uglovima, sledi:

$$n_s = \frac{\sin(\phi + \gamma)}{\sin \gamma}. \quad (8)$$

Zamenom izraza (5) i (6) u izraz (8) dobija se:

$$n_s = \frac{\sin\left(\frac{\delta}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)}{\sin \frac{\alpha}{2}} \quad (9)$$

Ako pretpostavimo da su  $\alpha$  i  $\delta$  mali uglovi, može se uzeti da je približno:

$$\sin\left(\frac{\delta}{2} + \frac{\alpha}{2}\right) \approx \frac{\delta}{2} + \frac{\alpha}{2} \quad \text{i} \quad \sin \frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2}$$

pa se zamenom u (9) dobija:

$$n_s = \frac{\frac{\delta}{2} + \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} = \frac{\delta + \alpha}{\alpha}$$

Sledi:

$$n_s \cdot \alpha = \delta + \alpha$$

$$-\delta = -n_s \cdot \alpha + \alpha$$

$$\delta = n_s \cdot \alpha - \alpha$$

i konačno:

$$\delta = \alpha \cdot (n_s - 1). \quad (10)$$

Ako spoljašnja sredina nije vazduh ( ili vakuum ), tada njen apsolutni indeks prelamanja nije jedinica, što znači da izraz ( 7 ) ne može preći u izraz ( 7 a ), već se izvođenje nastavlja izrazom:

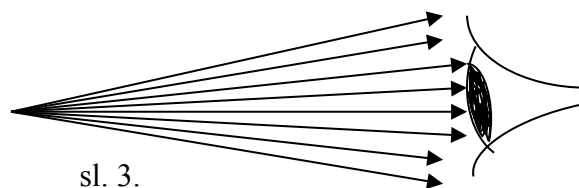
$$\frac{n_p}{n_{ss}} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} \quad (7b)$$

gde su:  $n_p$  - apsolutni indeks prelamanja prizme, a  $n_{ss}$  - apsolutni indeks prelamanja spoljašnje sredine. Zbog toga izraz ( 10 ) bi bio:

$$\delta = \alpha \cdot \left( \frac{n_p}{n_{ss}} - 1 \right) \quad (10b)$$

### Ravno ogledalo

Da bi mogli da u potpunosti razumemo dobijanje likova kod raznih vrsta ogledala ili sočiva – što je, inače, glavni zadatak geometrijske optike – potrebno je da znamo kako uopšte vidimo predmete: kako one koji su izvori svetlosti, tako i one koji su osvetljeni sa strane.



sl. 3.

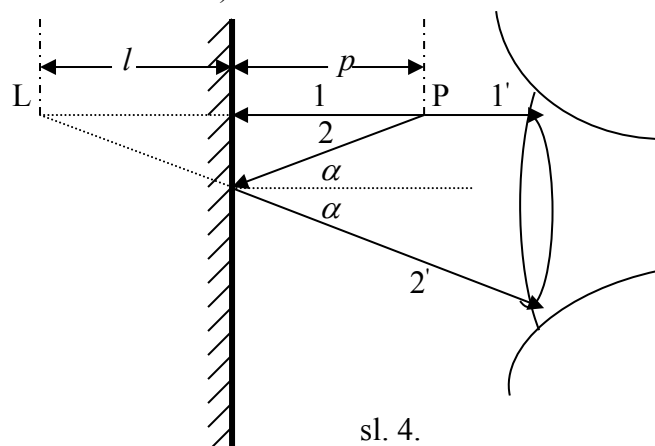
Na sl. 3. prikazana je tačka koja je izvor svetlosti. Svetlosni zraci se iz nje šire radijalno, a jedan deo tih zraka stiže do oka posmatrača. Naše čulo vida se zasniva na sposobnosti mozga da stvori sliku svetle tačke na onom mestu gde se zraci, koji stižu u oko, seku ako ih produžimo unazad. Isto bi bilo i ako bi ova tačka bila osvetljena iz nekog spoljašnjeg izvora svetlosti. Tada bi iz nje do posmatračevog oka stigli zraci koji bi se o nju reflektovali ( odbili ).

U najvećem broju slučajeva ovo nam omogućava da vidimo realnu sliku svoje okoline.

Ali ponekada vidimo i stvari koje realno ne postoje. To su upravo pomenuti likovi realnih predmeta koje možemo videti pomoću ogledala ili sočiva. Mogućnost da vidimo ove likove se zasniva na tome da ako oko prima zrake svetlosti koji se razilaze, tada će mozak stvoriti sliku svetle tačke u preseku ovih zraka produženih unazad. Samo što ovi zraci koji se razilaze uopšte ne moraju poticati iz svetle tačke koja realno postoji, već mogu biti posledica: odbijanja svetlosti ( o površinu ogledala ), ili prelamanja svetlosti ( pri prolasku kroz sočivo ).

Sve ovo deluje prilično komplikovano, ali će se već na primeru stvaranja lika kod ravnog ogledala ( sl. 4. ) videti da je stvar ipak jednostavna.

Ispred ravnog ogledala se nalazi svetla tačka P ( predmet ), i pratimo dva zraka koja dolazeći iz P padaju na površinu ogledala. Zrak 1 pada normalno na ogledalo pa se, po zakonu odbijanja talasa, odbija istim putem nazad kao odbijeni zrak 1'.



sl. 4.

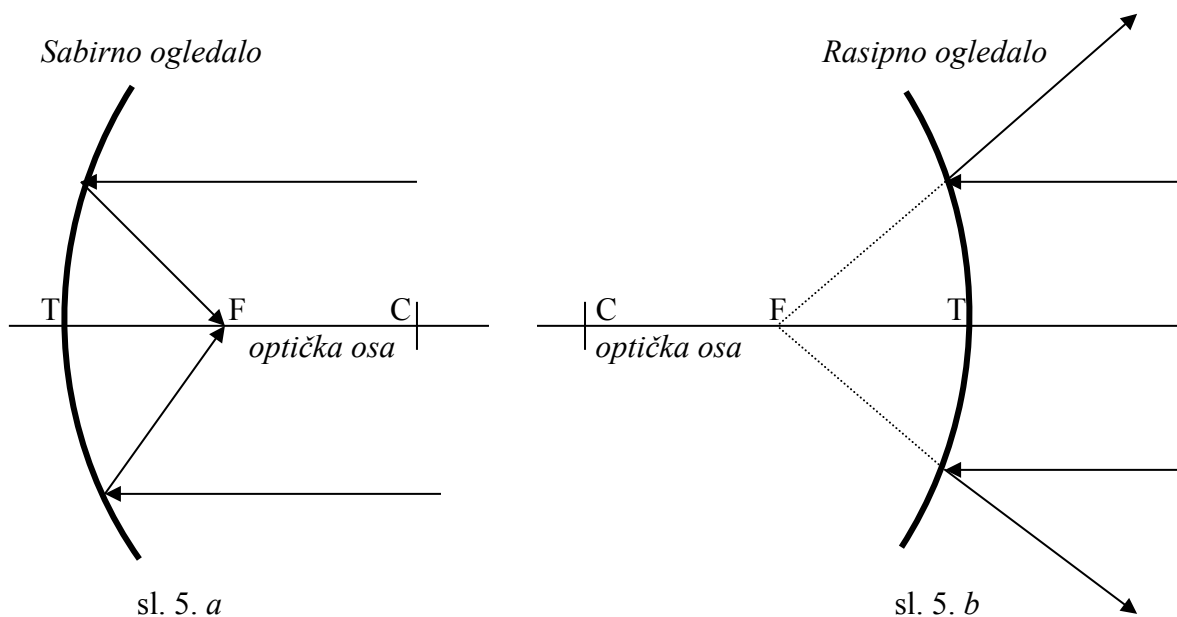
Zrak 2 dolazi na površinu ogledala pod upadnim uglom  $\alpha$  u odnosu na normalu, pa se pod istim uglom i odbija, a to je odbijeni zrak 2'.

Sada imamo dva odbijena zraka 1' i 2' koji se razilaze. Ako posmatrač stavi oko na putanju ovih zraka mozak će stvoriti sliku svetle tačke L u njihovom preseku unazad, tj. iza refleksione površine ogledala, a to znači videćemo nešto što realno ne postoji. Svetla tačka L koju na ovaj način vidimo je imaginarni lik predmeta koji se nalazi ispred ogledala.

Ako je refleksiona površina ogledala idealno ravna, tada je imaginarni lik savršeno jednak originalnom predmetu, a elementarna geometrija pokazuje da se L nalazi na rastojanju od ogledala koje je jednako rastojanju predmeta P od ogledala:  $l = p$ .

## Sferna ogledala

Postoje dve vrste sfernih ogledala: udubljena ili sabirna i ispupčena ili rasipna ogledala.



Na sl. 5. a je izdubljeno – sabirno ogledalo. Na optičkoj osi se nalaze tri karakteristične tačke: T – teme ogledala, F – žiža ( fokus – lat. ) i C – centar krivine ogledala.

Centar krivine je tačka koja predstavlja centar kruga kome pripada krivina sfernog ogledala. Zato je rastojanje od centra krivine ogledala do temena poluprečnik krivine ogledala  $R$ .

Žiža ogledala je tačka koja se uvek nalazi na polovini poluprečnika krivine. Zbog toga je žižna daljina  $f$  ( rastojanje od žiže do temena ogledala ) uvek jednaka polovini poluprečnika krivine:

$$f = \frac{R}{2} \quad \text{ili} \quad R = 2 \cdot f .$$

Naziv: sabirno ogledalo je posledica činjenice da ovo ogledalo zrake paralelne sa optičkom osom odbija tako da se oni sakupljaju u žiži.

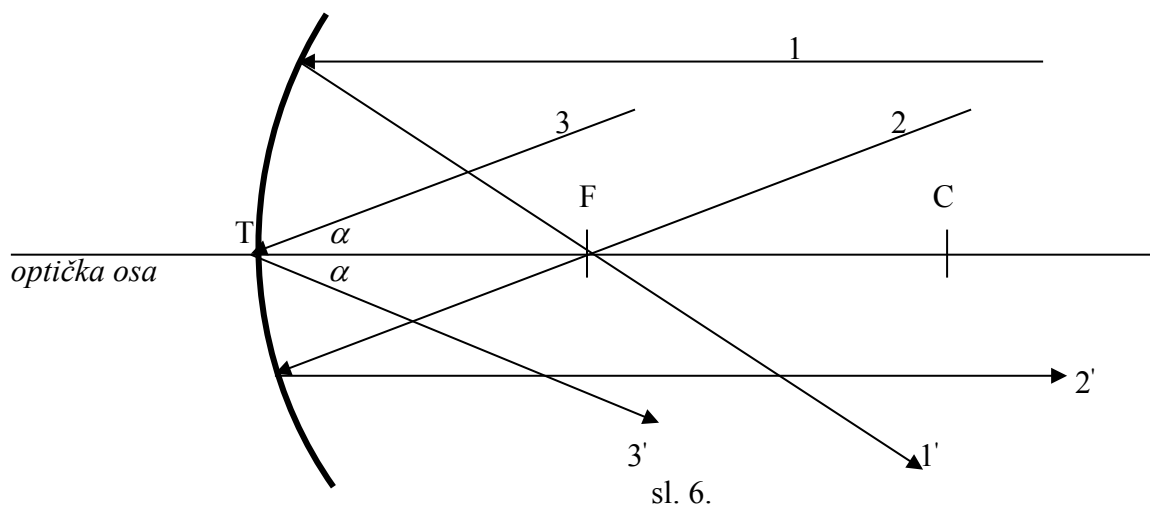
Na sl. 5. b je ispupčeno – rasipno ogledalo. Naziv: rasipno ogledalo je posledica činjenice da ono zrake svetlosti paralelne optičkoj osi rasipa, ali tako da se njihovi produžeci seku u žiži. Kao i kod sabirnog ogledala žižna daljina je upola manja od pluprečnika krivine.

Sa ove dve slike se vidi da su žiža i centar krivine ispred refleksione površine ogledala, dok su kod rasipnog ogledala iz njegove refleksione površine.

Zato su žiža i centar krivine kod sabirnog ogledala realni, dok su kod rasipnog ogledala žiža i centar krivine imaginarni.

## Karakteristični zraci kod sfernih ogledala

### Sabirno ogledalo

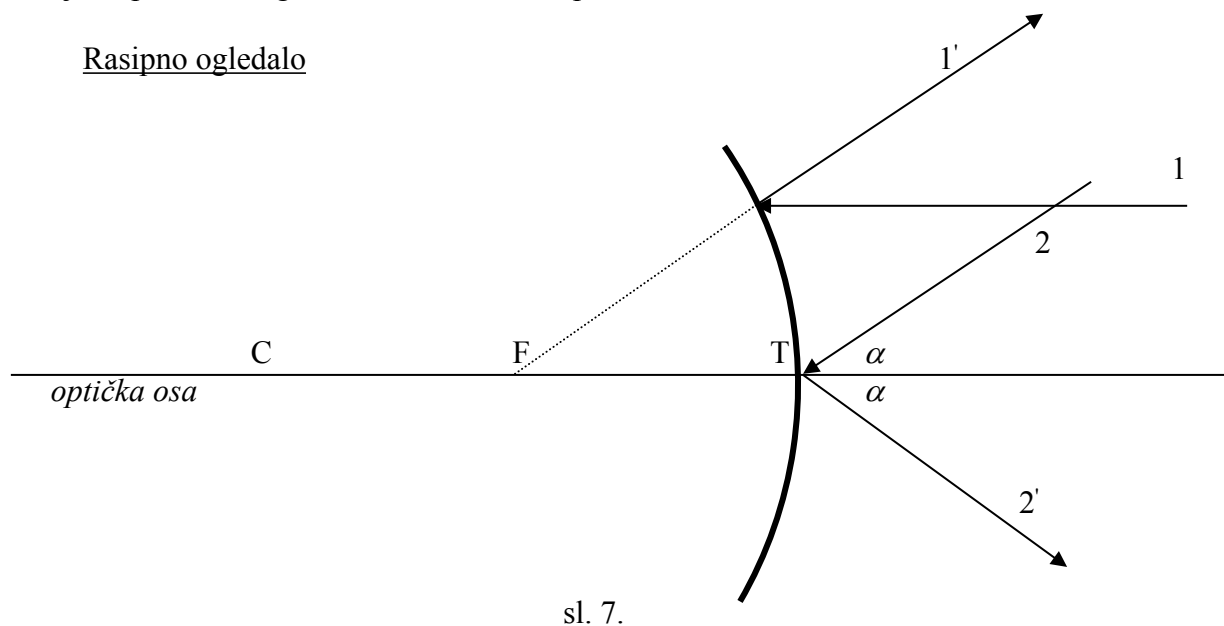


Prvi zrak ( 1 ) dolazi na refleksionu površinu ogledala paralelno sa optičkom osom, a odbija se tako da odbijeni zrak ( 1' ) prolazi kroz žižu,

Drugi zrak ( 2 ) pre nego stigne do ogledala prolazi kroz žižu, a odbija se paralelno optičkoj osi ( 2' ).

Treći zrak ( 3 ) pada u teme ogledala zaklapajući pritom upadni ugao  $\alpha$  sa optičkom osom, a odbija se pod istim uglom  $\alpha$  u odnosu na optičku osu.

### Rasipno ogledalo



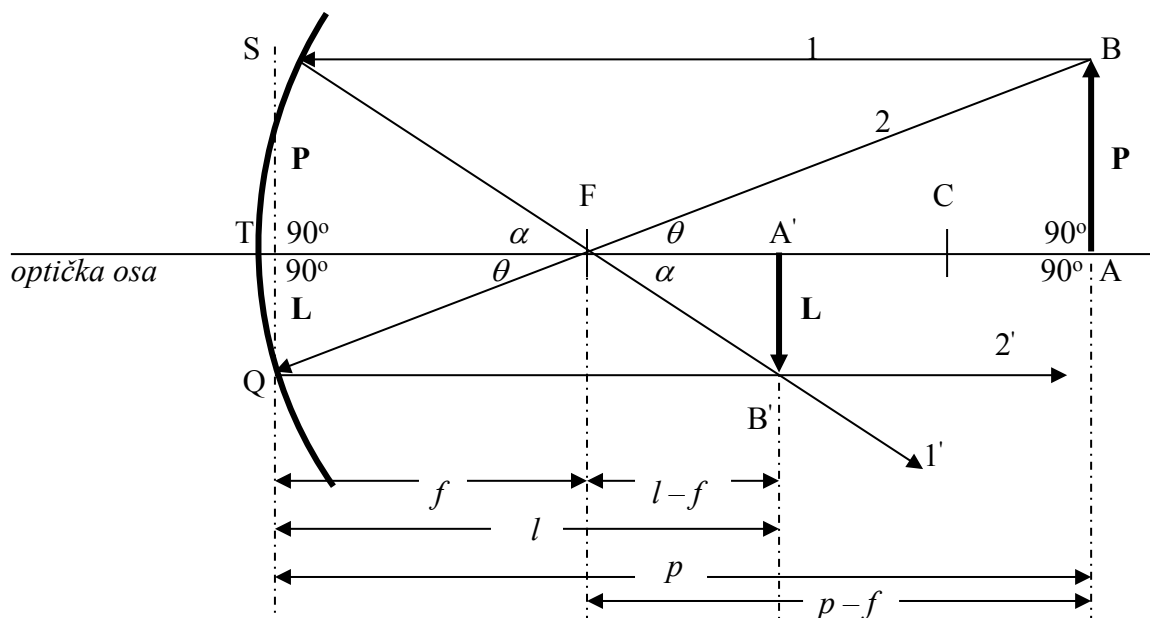
Prvi zrak ( 1 ) stiže na refleksionu površinu ogledala paralelno sa optičkom osom, a odbija se tako da produžetak odbijenog zraka ( 1' ) prolazi kroz žižu.

Drugi zrak ( 2 ) pada u teme ogledala pod upadnim uglom  $\alpha$  u odnosu na optičku osu, a odbija se pod istim uglom  $\alpha$  u odnosu na optičku osu.

## Dobijanje likova kod sfernih ogledala

### Sabirno ogledalo

I slučaj: predmet je dalji od centra krivine – izvođenje jednačine ogledala i jednačine za uvećanje



sl. 8.

Ako je predmet dalji od centra krivine, tada je lik: obrnut, umanjen i realan i nalazi se između žiže i centra krivine, što se može videti na sl. 8.

Jednačina ogledala je zavisnost žižne daljine ( $f$ ) od rastojanja: lika ( $l$ ) i predmeta ( $p$ ) od temena ogledala.

Sledeće izvođenje je samo približno tačno zato što se tačke Q, T i S ne nalaze na istoj pravoj.

Zbog jednakosti uglova slični su trouglovi:

$$\triangle ABF \text{ i } \triangle TQF \quad \text{kao i} \quad \triangle TSF \text{ i } \triangle A'B'F$$

Iz ovih sličnosti slede proporcije:

$$\frac{P}{L} = \frac{p-f}{f} \quad \text{i} \quad \frac{P}{L} = \frac{f}{l-f}$$

Kako su leve strane ovih proporcija jednake, moraju biti iste i njihove desne strane:

$$\frac{p-f}{f} = \frac{f}{l-f} \quad \Rightarrow \quad \frac{p-f}{f} = \frac{f}{l-f}$$

Unakrsnim množenjem dobija se:

$$(p-f) \cdot (l-f) = f \cdot f$$

i dalje:

$$l \cdot p - f \cdot l - f \cdot p + f^2 = f^2$$

$$l \cdot p = f \cdot l + f \cdot p - f^2 + f^2$$

$$l \cdot p = f \cdot l + f \cdot p \quad / \div (f \cdot l \cdot p)$$

i konačno:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l} \quad (11)$$

Sve što je realno nosi predznak (+), a sve što je imaginarno nosi predznak (-) u jednačini ogledala, pa opšti oblik ove jednačine glasi:

$$\pm \frac{1}{f} = \frac{1}{p} \pm \frac{1}{l}.$$

Očigledno je da žiža i lik mogu biti imaginarni, ali premet može biti samo realan.

Za izvođenje jednačine ogledala izabrao sam najjednostavniji slučaj kada su i žiža i predmet i lik realni, pa su zato svi članovi u izrazu ( 11 ) pozitivni.

Uvećanje ( $U$ ) je odnos veličine lika i predmeta:

$$U = \frac{L}{P},$$

a pokazuje koliko puta je lik veći ( ili manji ) od predmeta. U slučaju I uvećanje je manje od jedinice, jer je lik manji od predmeta:

$$U < 1.$$

U sledećem izvođenju se dokazuje da je:

$$U = \frac{L}{P} = \frac{l}{p}.$$

Iz para sličnih trouglova sa sl. 8.  $\Delta TSF$  i  $\Delta A'B'F$  sledi proporcija:

$$U = \frac{L}{P} = \frac{l-f}{f}$$

tj.

$$U = \frac{l}{f} - 1 \tag{12}$$

Iz izraza ( 11 ) sledi:

$$\frac{1}{f} = \frac{l}{l \cdot p} + \frac{p}{l \cdot p} = \frac{l+p}{l \cdot p}$$

pa je:

$$f = \frac{l \cdot p}{l+p} \tag{13}$$

Zamenom  $f$  iz izraza ( 13 ) u izraz ( 12 ) dobija se:

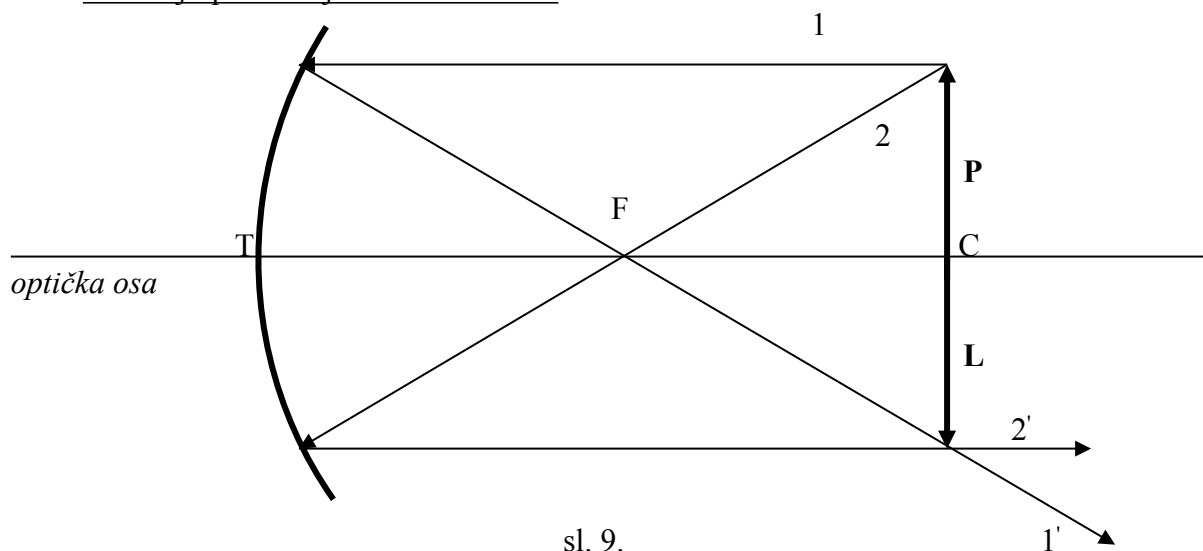
$$U = \frac{\frac{l}{l \cdot p}}{\frac{l+p}{l+p}} - 1 = \frac{\frac{1}{p}}{\frac{l+p}{l+p}} - 1 = \frac{l+p}{p} - 1 = \frac{l+p}{p} - \frac{p}{p} = \frac{l+p-p}{p} = \frac{l}{p}$$

pa je:

$$U = \frac{L}{P} = \frac{l}{p} \tag{14}$$

što je i trebalo dokazati.

II slučaj: predmet je u centru krivine



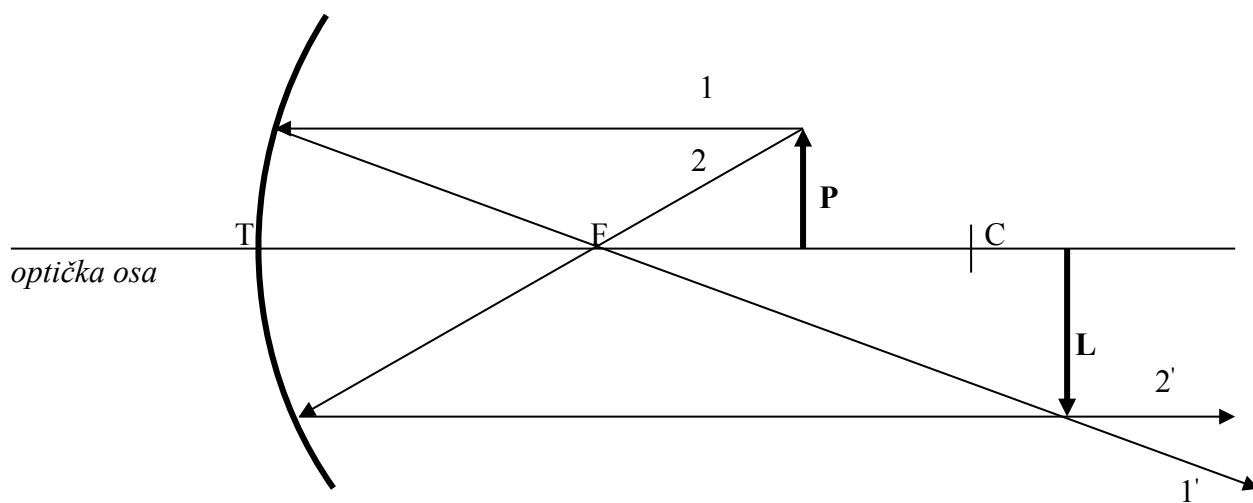
U ovom slučaju lik je: obrnut, iste veličine kao i predmet i realan. Jednačina ogledala za ovaj slučaj glasi:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l},$$

a uvećanje je jednako jedinici:

$$U = 1.$$

III slučaj: predmet je između centra krivine i žiže



U ovom slučaju lik je: obrnut, uvećan i realan. Jednačina ogledala za ovaj slučaj je:

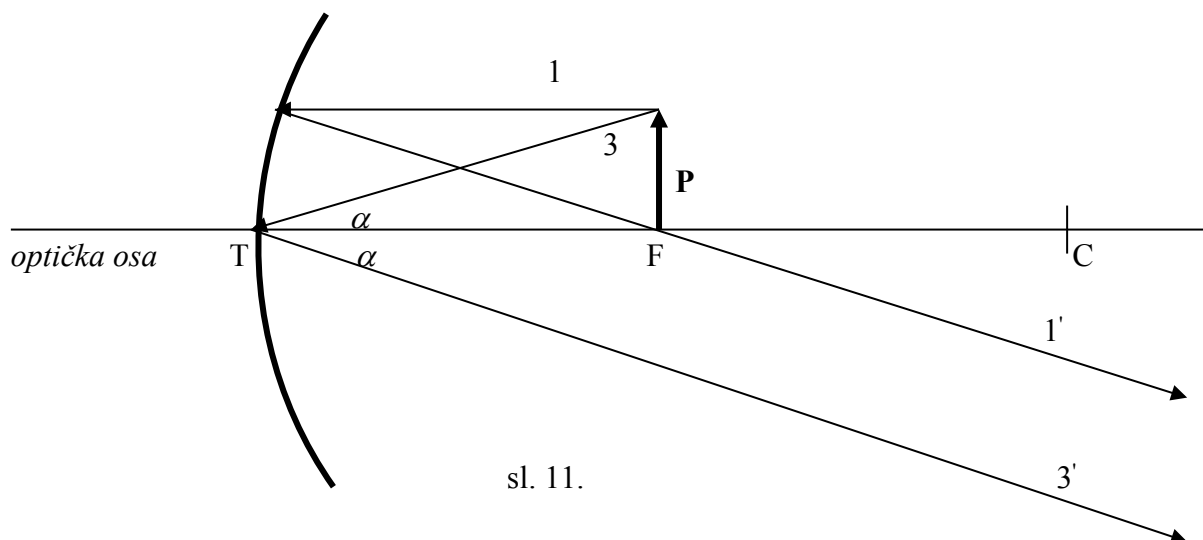
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l},$$

dakle isto kao i u dva prethodna, a uvećanje je veće od jedinice:

$$U > 1.$$



IV slučaj: predmet je u žiži



sl. 11.

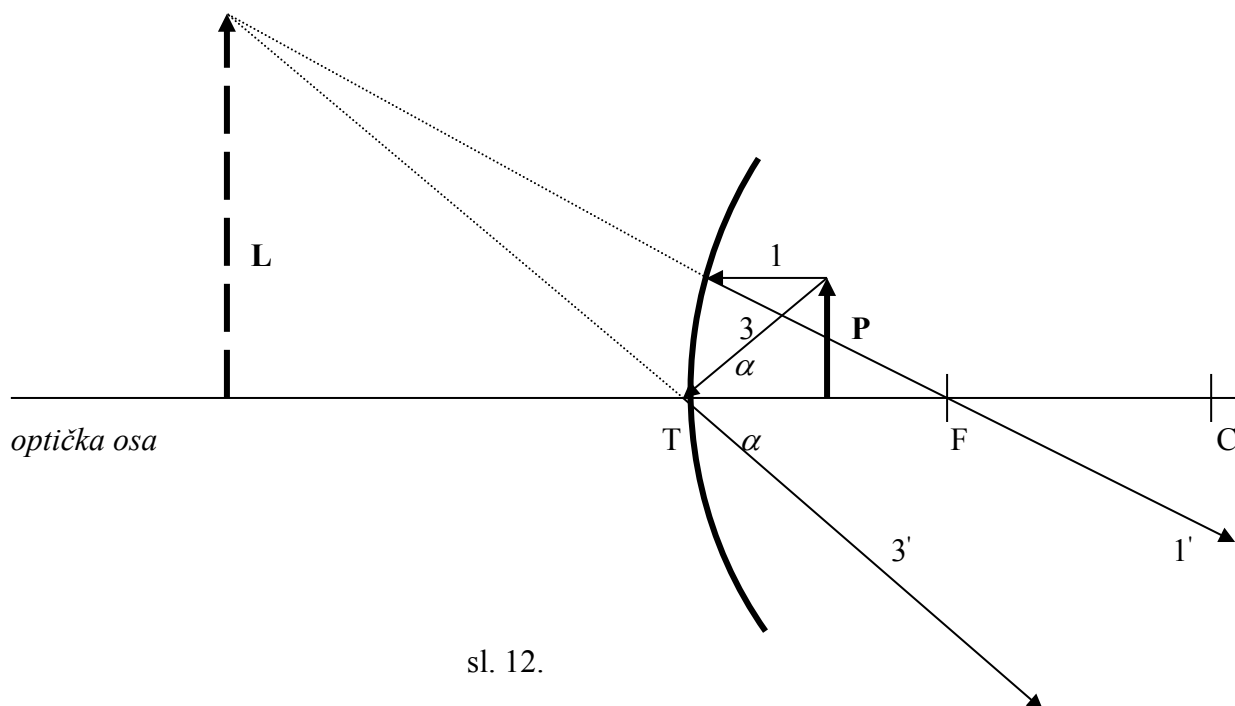
U ovom slučaju odbijeni zraci su paralelni, pa se zbog toga može smatrati da je lik u beskonačnosti.

Ako na ovaj slučaj primenimo jednačinu ogledala dobićemo:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{\infty} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{p} \quad \Rightarrow \quad p = f$$

što se vidi i na slici.

V slučaj: predmet je između žiže i temena ogledala



sl. 12.

U ovom slučaju odbijeni zraci se razilaze i ako posmatrač stavi oko na njihov put, mozak će formirati imaginarni lik u preseku ovih zraka povučenih unazad.

Dakle, lik je: uspravan, uvećan i imaginaran.

Ovako dejstvuju ogledala koja uvećavaju. Međutim, da bi se video lik u ovom ogledalu potrebno je da se predmet postavi između žiže i temena ogledala, tj. ako se želite ogledati u njemu morate mu približiti lice na rastojanje manje od žižne daljine.

Jednačina ogledala za ovaj slučaj je:

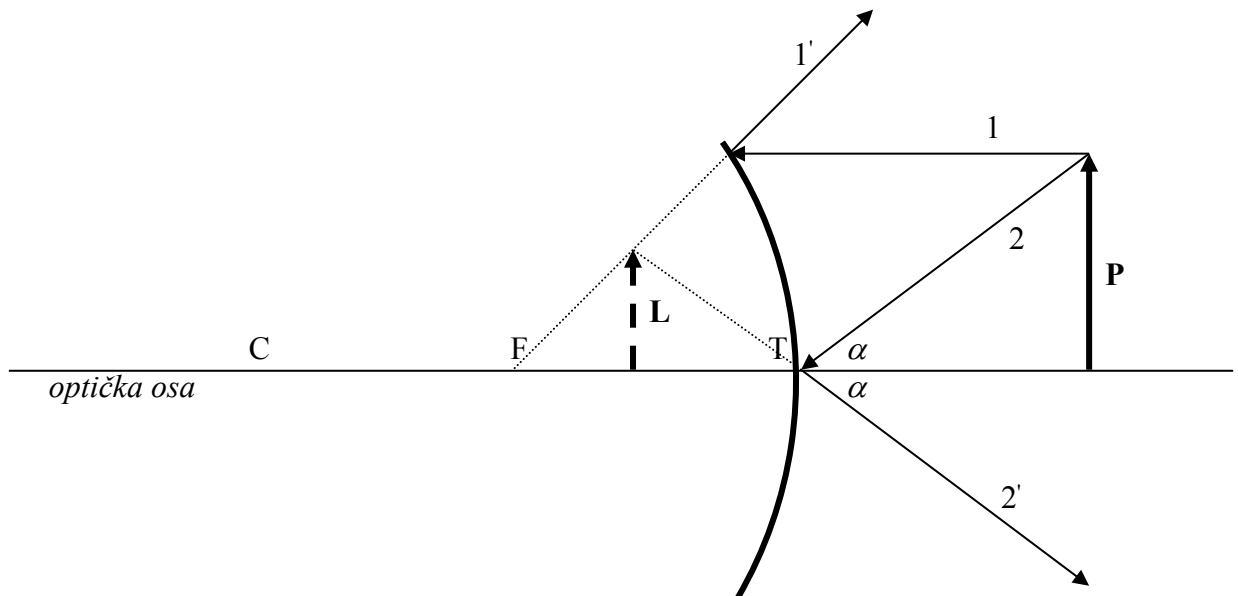
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{l}$$

Uvećanje je veće od jedinice zato što je imaginarni lik veći od predmeta:

$$U > 1$$

### Rasipno ogledalo

I ( i jedini ) slučaj: predmet je ispred refleksione površine ogledala na ma kom rastojanju



sl. 13

I u ovom slučaju odbijeni zraci se razilaze, pa se u njihovom preseku unazad formira imaginarni lik.

Dakle, lik je: uspravan, umanjen i imaginaran.

Jednačina ogledala za ovaj slučaj glasi:

$$-\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{l}$$

Uvećanje je manje od jedinice zato što je lik manji od predmeta:

$$U < 1.$$

Ono što je zajedničko svim ovim slučajevima, nezavisno od toga da li je ogledalo sabirno ili rasipno, je da se realni likovi dobijaju u preseku odbijenih zraka, dok se imaginarni likovi ( oni koje vidimo u ogledalu ) dobijaju kada se odbijeni zraci razilaze i tada u njihovom preseku – unazad.

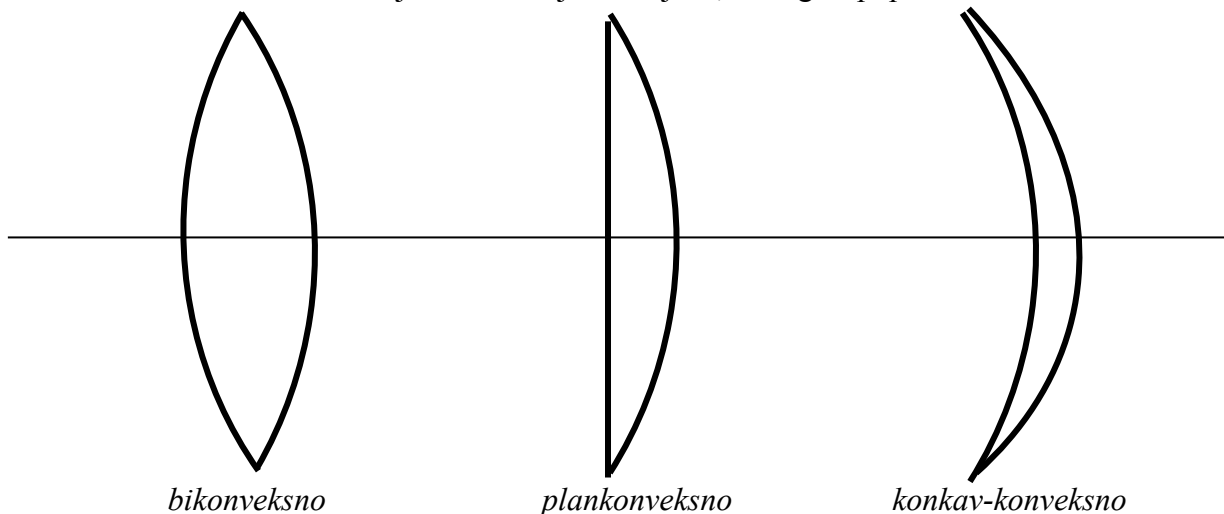
## Sočiva

Postoje dve vrste sočiva: sabirna i rasipna.

Jedna od dve strane sočiva može biti: ispupčena ili konveksna, ravna i udubljena ili konkavna.

Sabirno sočivo može biti:

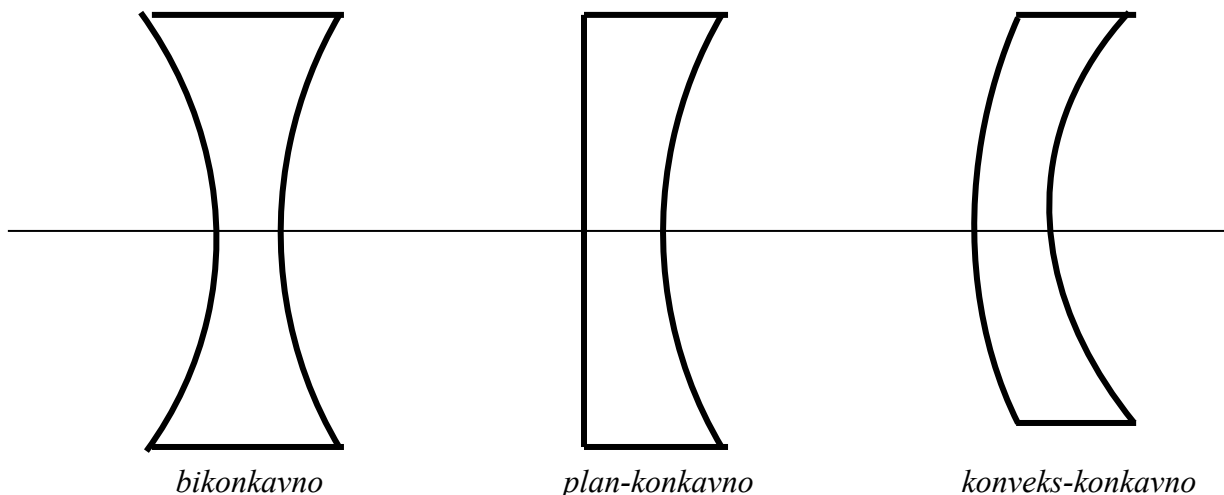
- bikonveksno – obe strane ovog sočiva su ispupčene,
- plan-konveksno – jedna strana je ravna, a druga ispupčena i
- konkav-konveksno – jedna strana je udubljena, a druga ispupčena.



sl. 14.

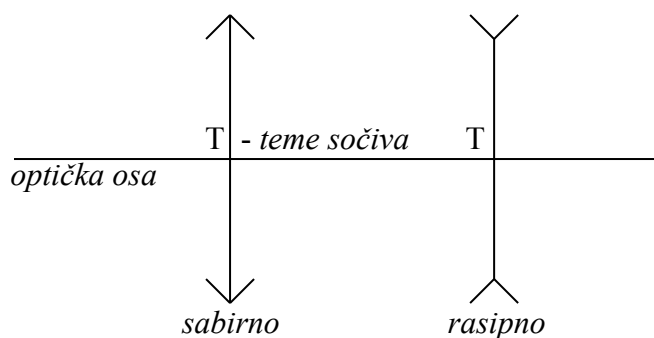
Rasipno sočivo može biti:

- bikonkavno – obe strane udubljene
- plan-konkavno – jedna strana ravna, a druga udubljena i
- konveks-konkavno – jedna strana je ispupčena, a druga udubljena.



sl. 15.

Zbog jednostavnosti, u fiziku je uveden uprošćeni način prikazivanja svih sabirnih i svih rasipnih sočiva, što je prikazano na sl. 16.



sl. 16.

- Sabirno – bikonveksno, a isto tako i rasipno – bikonkavno sočivo može biti:
- simetrično – kada obe strane sočiva imaju jednake krivine, tj. kada su mu poluprečnici obe strane jednaki i
  - asimetrično – kada su bočne strane sočiva sa nejednakim krivinama, a samim tim su nejednaki i poluprečnici tih krivina.

Svako sočivo ima dve žiže koje se nalaze na optičkoj osi i koje su uvek jednako udaljene od temena sočiva.

Sabirno sočivo ima realne žiže, dok su žiže rasipnog sočiva imaginarne.

Sočivo je obično načinjeno od stakla čiji je apsolutni indeks prelamanja obeležen sa  $n_s$ .

Spoljašnja sredina je obično vazduh pa se može smatrati da je njen apsolutni indeks prelamanja:  $n_{ss} \approx 1$ .

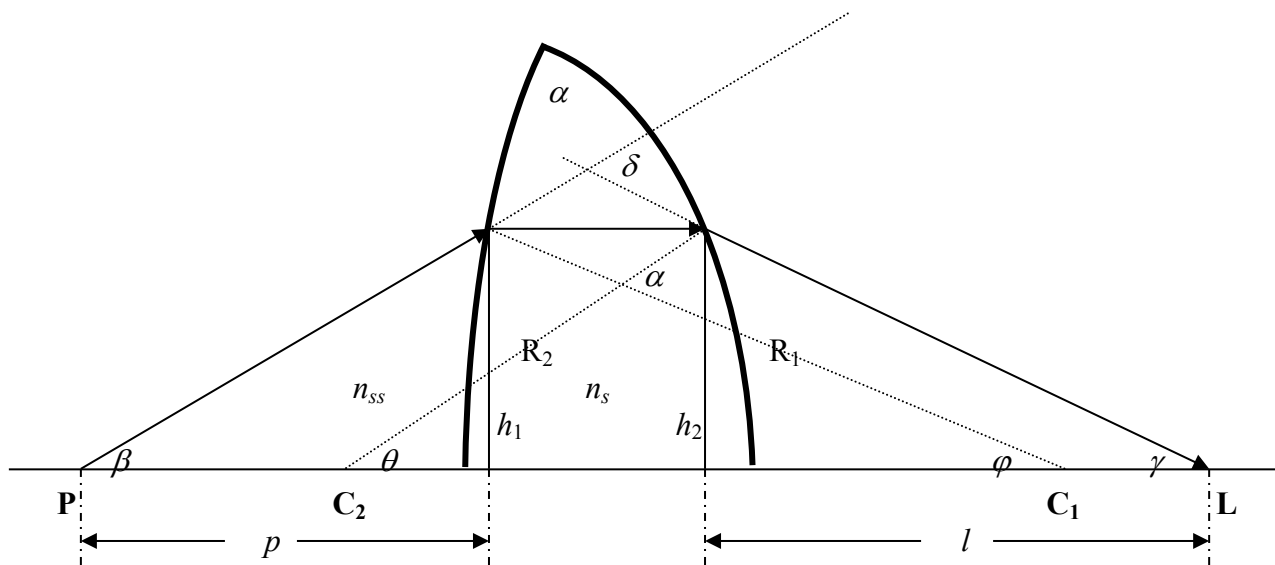
Za izračunavanje žižne daljine sočiva koristi se optičarska jednačina sočiva:

$$\frac{1}{f} = \left( \frac{n_s}{n_{ss}} - 1 \right) \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

ili ako je spoljašnja sredina vazduh:

$$\frac{1}{f} = (n_s - 1) \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

#### Izvođenje optičarske jednačine sočiva



Zrak iz tačke P pada na levu stranu sočiva, prelama se pri ulasku u staklo, a prelama se i pri izlasku iz sočiva – što podseća na prolazak svetlosnog zraka kroz staklenu prizmu. Po analogiji sa simetričnim prelamanjem kroz prizmu, približno je:

$$\delta = (n_s - 1) \cdot \alpha \quad (15)$$

Na osnovu matematičke teoreme da je spoljašnji ugao trougla jednak zbiru dva unutrašnja, ali njemu nesusedna ugla tog istog trougla, sledi:

$$\delta = \beta + \gamma \quad \text{i} \quad \alpha = \theta + \varphi.$$

Zamenom u (15) dobija se:

$$\beta + \gamma = (n_s - 1) \cdot (\theta + \varphi) \quad (16)$$

Iz pravougljih trouglova sa slike sledi, a pod pretpostavkom da su:  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\theta$  i  $\varphi$  mali uglovi:

$$\beta \approx \operatorname{tg} \beta = \frac{h_1}{p}, \quad \gamma \approx \operatorname{tg} \gamma = \frac{h_2}{l}, \quad \theta \approx \sin \theta = \frac{h_2}{R_2} \quad \text{i} \quad \varphi \approx \sin \varphi = \frac{h_1}{R_1}$$

Zamenom u izraz ( 16 ) dobija se:

$$\frac{h_1}{p} + \frac{h_2}{l} = (n_s - 1) \cdot \left( \frac{h_2}{R_2} + \frac{h_1}{R_1} \right)$$

Pod pretpostavkom da je sočivo tanko može se smatrati da su visine  $h_1$  i  $h_2$  približno jednake, pa je:

$$\frac{h}{p} + \frac{h}{l} = (n_s - 1) \cdot \left( \frac{h}{R_2} + \frac{h}{R_1} \right) \quad / \div h$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = (n_s - 1) \cdot \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right). \quad (17)$$

Kao i kod ogledala važi jednačina sočiva:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$$

Ova jednačina će biti posebno kasnije izvedena. Zamenom u ( 17 ) dobija se konačno:

$$\frac{1}{f} = (n_s - 1) \cdot \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right). \quad (18)$$

Jednačina je izvedena pod pretpostavkom da je spoljašnja sredina vazduh. Ako je to ipak neka druga sredina optičarska jednačina sočiva, zbog ( 10 b ), glasi:

$$\frac{1}{f} = \left( \frac{n_s}{n_{ss}} - 1 \right) \cdot \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right). \quad (19)$$

Ako je sočivo simetrično tada su poluprečnici krivina isti:  $R_1 = R_2 = R$ , pa jednačina ( 18 ) postaje:

$$\frac{1}{f} = (n_s - 1) \cdot \frac{2}{R} \quad (20)$$

### Optička jačina sočiva $I$ ( $D$ – dioptrija )

Veličina  $\frac{1}{f}$  se naziva optička jačina sočiva. Kada je žižna daljina izražena u metrima, tada je optička jačina izražena u dioptrijama.

$$I = \frac{1}{f} \quad \text{i} \quad D = \frac{1}{m}$$

To znači da sočivo žižne daljine  $1 \text{ m}$  ima optičku jačinu od  $1$  dioptrije, ako je  $f = 0.5 \text{ m}$  tada je  $I = 2 D$  itd.

Sistem od dva priljubljena centrirana tanka sočiva ima jedinstvenu žižnu daljinu  $f$  koja se može odrediti iz pojedinačnih žižnih daljina ta dva sočiva  $f_1$  i  $f_2$  iz sledećeg obrasca:

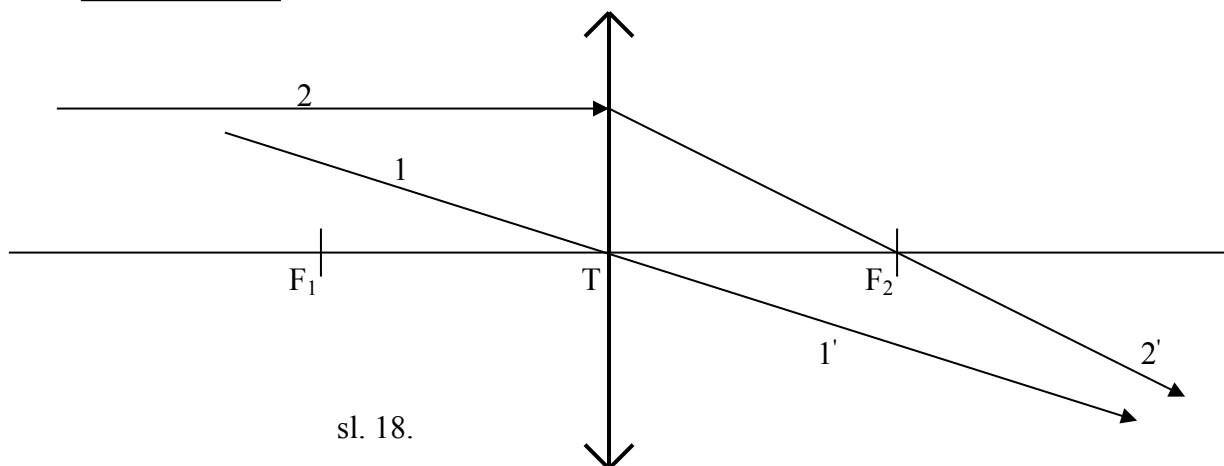
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

To dalje znači da je optička jačina ovakvog sistema sočiva jednaka zbiru njihovih pojedinačnih optičkih jačina:

$$I = I_1 + I_2$$

## Karakteristični zraci

### Sabirno sočivo:



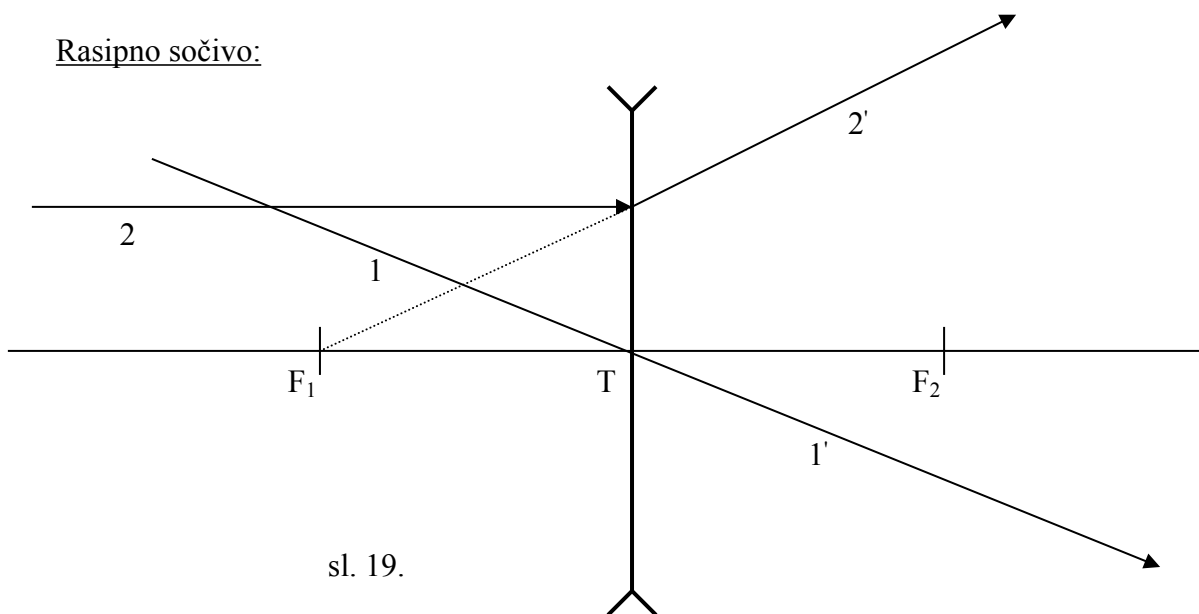
sl. 18.

Prvi zrak ( 1 ) prolazi kroz teme sočiva bez prelamanja.

Drugi zrak ( 2 ) dolazi do sočiva paralelno sa optičkom osom, a onda se prelama tako da prelomljeni zrak ( 2' ) prolazi kroz žižu.

Sada je jasno zašto se ovo sočivo zove sabirno jer ono paralelne zrake svetlosti sakuplja u žiži.

### Rasipno sočivo:



sl. 19.

Prvi zrak ( 1 ) prolazi kroz teme sočiva bez prelamanja.

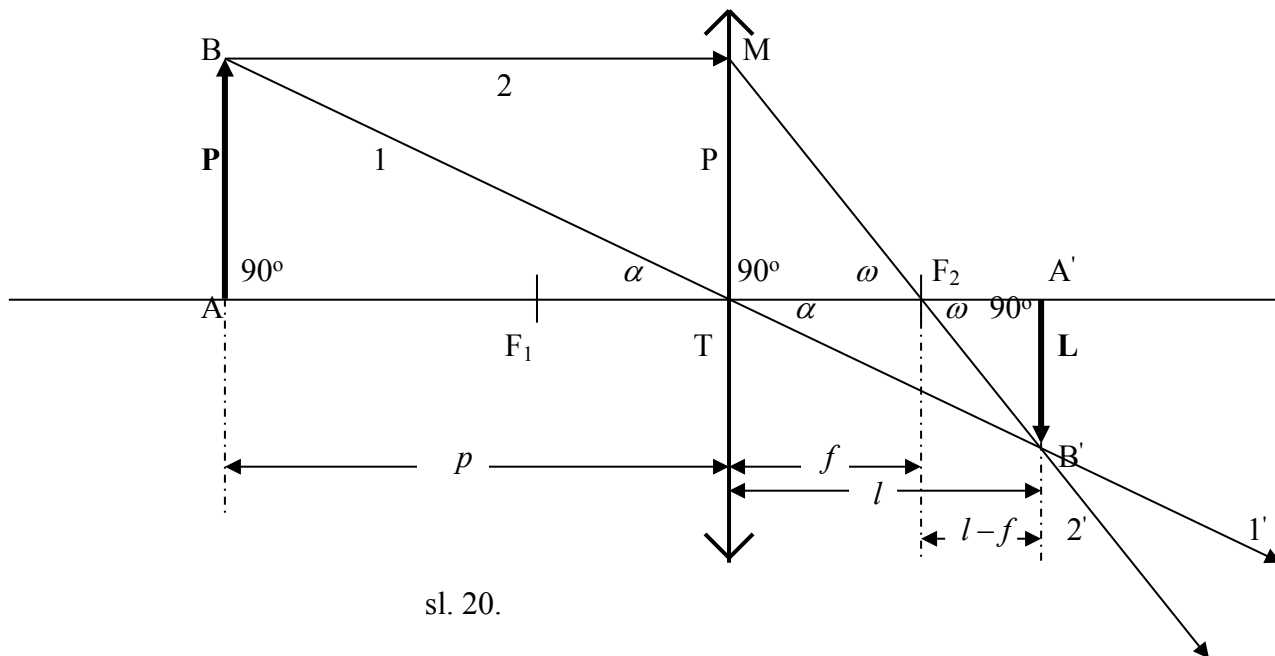
Drugi zrak ( 2 ) dolazi do sočiva paralelno sa optičkom osom, a onda se prelama tako da produžetak prelomljenog zraka ( 2' ) prolazi kroz žižu.

Sada je, takođe, jasno zašto se ovo sočivo zove rasipno jer ono paralelne zrake svetlosti rasipa tako da njihovi produžeci unazad prolaze kroz žižu.

## Konstrukcija likova kod sočiva

### Sabirno sočivo

I slučaj: predmet je dalji od dvostruke žižne daljine – izvođenje jednačine sočiva i jednačine za uvećanje



sl. 20.

Ako je predmet dalji od dvostruke žižne daljine, tada je lik: obrnut, umanjen i realan, što se može videti na sl. 20.

Jednačina sočiva je – isto kao i kod ogledala – zavisnost žižne daljine ( $f$ ) od rastojanja: lika ( $l$ ) i predmeta ( $p$ ) od temena sočiva.

Jednačina za uvećanje je – isto kao i kod ogledala – odnos veličine lika i predmeta i treba dokazati da je:

$$U = \frac{L}{P} = \frac{l}{p} \quad (21)$$

Zbog jednakosti uglova slični su trouglovi:

$\Delta ABT$  i  $\Delta A'B'T$

kao i

$\Delta TMF_2$  i  $\Delta A'B'F_2$

Iz njihove sličnosti slede proporcije:

$$\frac{L}{P} = \frac{l}{p} \quad \text{i} \quad \frac{L}{P} = \frac{l-f}{f}$$

Prva od ove dve proporcije je direktan dokaz izraza (21), tj. jednačine za uvećanje. Kako su leve strane ovih proporcija jednake, moraju biti jednake i njihove desne strane:

$$\frac{l-f}{f} = \frac{l}{p}$$

Unakrsnim množenjem se dobija:

$$p \cdot (l-f) = f \cdot l$$

i dalje:

$$l \cdot p - f \cdot p = f \cdot l$$

$$l \cdot p = f \cdot l + f \cdot p \quad / \div (f \cdot l \cdot p)$$

dobija se konačno:

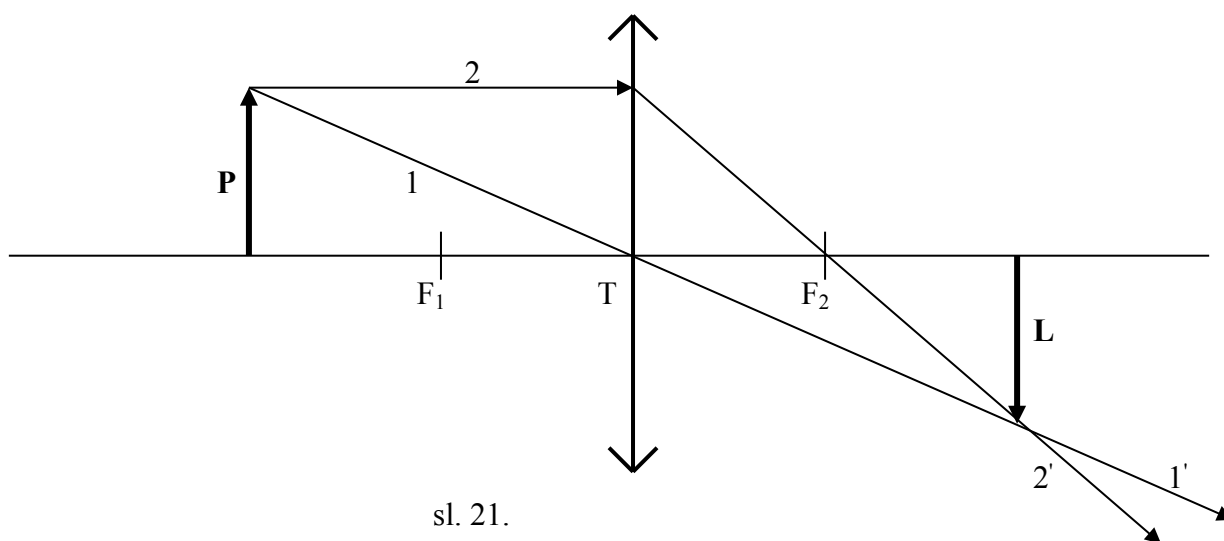
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}. \quad (22)$$

Kao i kod ogledala, sve što je realno nosi predznak (+), a sve što je imaginarno nosi predznak (-) u jednačini sočiva, pa je opšti oblik ove jednačine:

$$\pm \frac{1}{f} = \frac{1}{p} \pm \frac{1}{l}. \quad (23)$$

Kao i kod ogledala, žiža i lik mogu biti imaginarni, ali premet može biti samo realan.

II slučaj: predmet je na dvostrukoj žižnoj daljini



sl. 21.

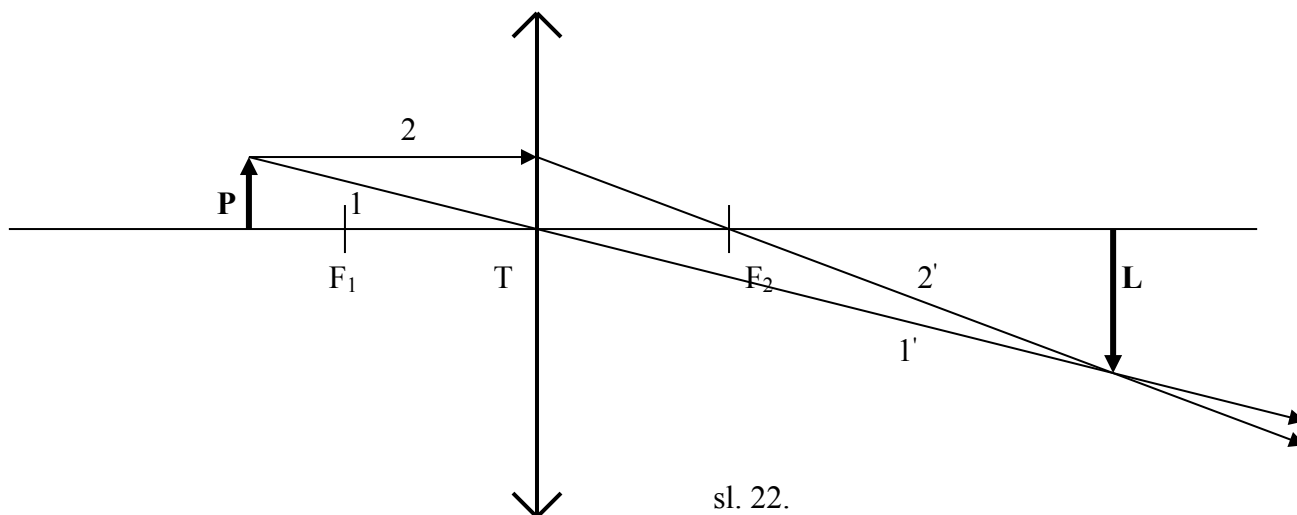
U ovom slučaju lik je: obrnut, iste veličine kao predmet i realan. Jednačina sočiva za ovaj slučaj glasi:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l},$$

a uvećanje je jednako jedinici:

$$U = 1.$$

III slučaj: predmet je na rastojanju većem od žižne daljine, a manjem od dvostruke žižne daljine



sl. 22.



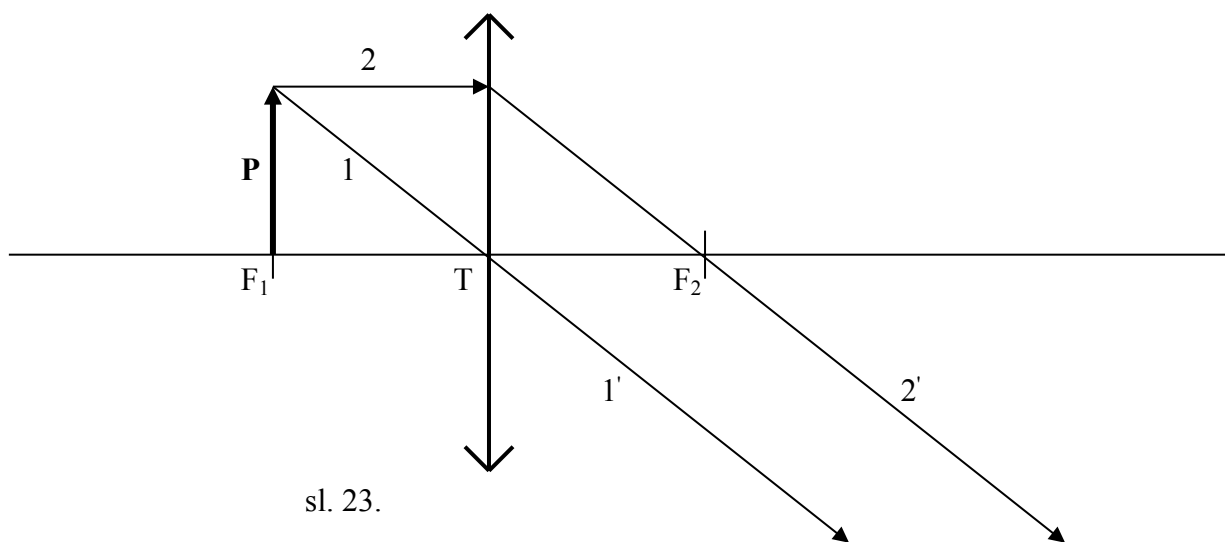
U ovom slučaju lik je: obrnut, uvećan i realan . Jednačina sočiva za ovaj slučaj je:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l'}$$

dakle isto kao i u dva prethodna, a uvećanje je veće od jedinice:

$$U > 1.$$

IV sučaj: predmet je u žiži



sl. 23.

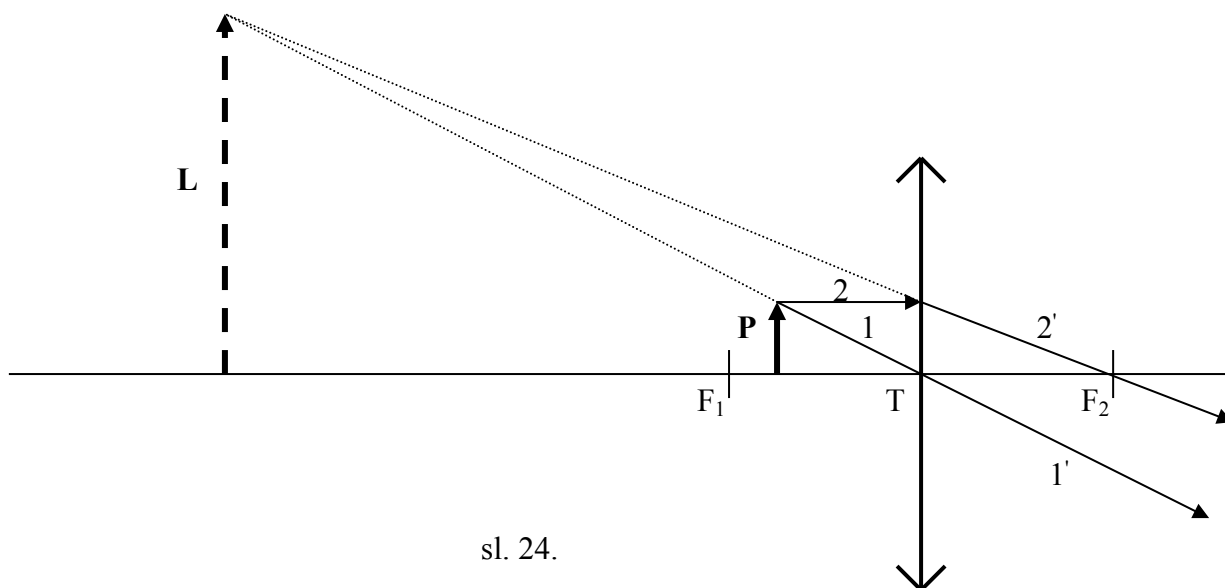
U ovom slučaju prelomljeni zraci su paralelni, pa se zbog toga može smatrati da je lik u beskonačnosti.

Ako na ovaj slučaj primenimo jednačinu sočiva dobićemo:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{\infty} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{p} \Rightarrow p = f$$

što se vidi i na slici.

V slučaj: predmet je između žiže i temena sočiva



sl. 24.

U ovom slučaju prelomljeni zraci se razilaze i ako posmatrač stavi oko na njihov put, mozak će formirati imaginarni lik u preseku ovih zraka povučenih unazad. U ovom slučaju posmatrač ne vidi predmet nego njegov uvećani lik .

Dakle, lik je: uspravan, uvećan i imaginaran.

Jednačina sočiva za ovaj slučaj je:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{l'}$$

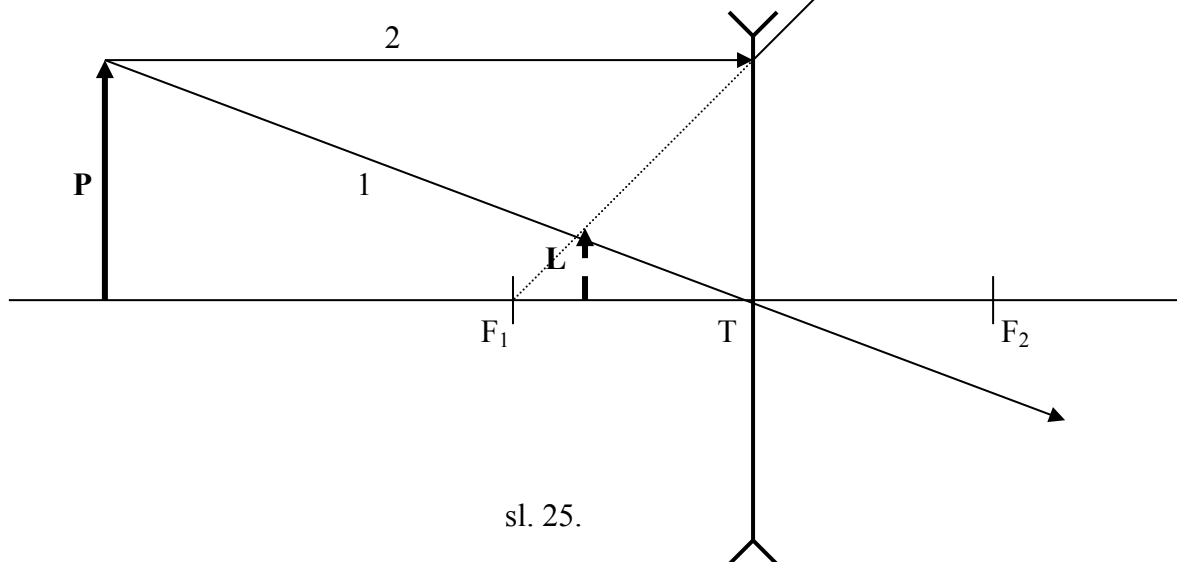
Uvećanje je veće od jedinice zato što je imaginarni lik veći od predmeta:

$$U > 1.$$

Na ovom principu funkcioniše lupa o čemu će biti reči kasnije.

Rasipno sočivo

I ( i jedini ) slučaj: predmet je ispred rasipnog sočiva na ma kom rastojanju



sl. 25.

Kao i u prethodnom slučaju prelomljeni zraci se razilaze, pa se u njihovom preseku unazad formira imaginarni lik, koji vidimo kroz sočivo.

Dakle, lik je: uspravan, umanjen i imaginaran.

Jednačina sočiva za ovaj slučaj glasi:

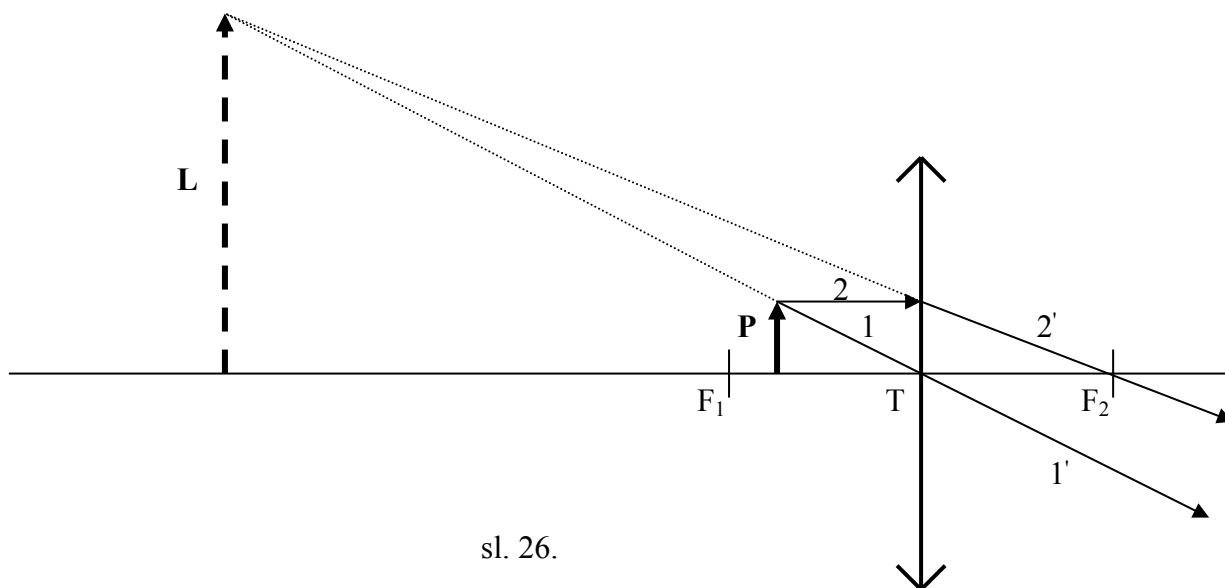
$$-\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{l'}$$

Uvećanje je manje od jedinice zato što je lik manji od predmeta:

$$U < 1.$$

# Optički instrumenti

## Lupa



sl. 26.

Lupa je sabirno sočivo, ali ono djeluje kao lupa samo kada se predmet nalazi između žiže i temena sočiva.

Kada posmatrač gleda kroz lupu on ne vidi predmet nego njegov uvećani imaginarni lik.

Jednačina lupe je:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{l} \quad (24)$$

### Izvođenje izraza za uvećanje kod lupe

Posmatrač obično postavi oko sasvim uz sočivo tako da se može smatrati da je udaljenost lika od temena sočiva ( $l$ ) približno jednaka udaljenosti lika od oka posmatrača. Značajno je da između oka posmatrača i lika treba da bude rastojanje koje nazivamo »daljina jasnog vida«. Ona se obeležava slovom  $s$ , a za normalno oko iznosi  $25 \text{ cm}$ . Iz prethodnog razmatranja sledi:

$$l \approx s \quad (25)$$

Za sva sočiva, pa i za lupu, važi izraz za uvećanje:

$$U = \frac{L}{P} = \frac{l}{p} \quad (26)$$

Zamenom (25) u (26) dobija se :

$$U = \frac{s}{p} \quad (27)$$

Iz jednačine lupe (24) sledi:

$$-\frac{1}{p} = -\frac{1}{f} - \frac{1}{l}$$

tj.

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{f} + \frac{1}{l} \quad / \cdot s$$

$$\frac{s}{p} = \frac{s}{f} + \frac{s}{l}$$

S obzirom na (27) sledi:

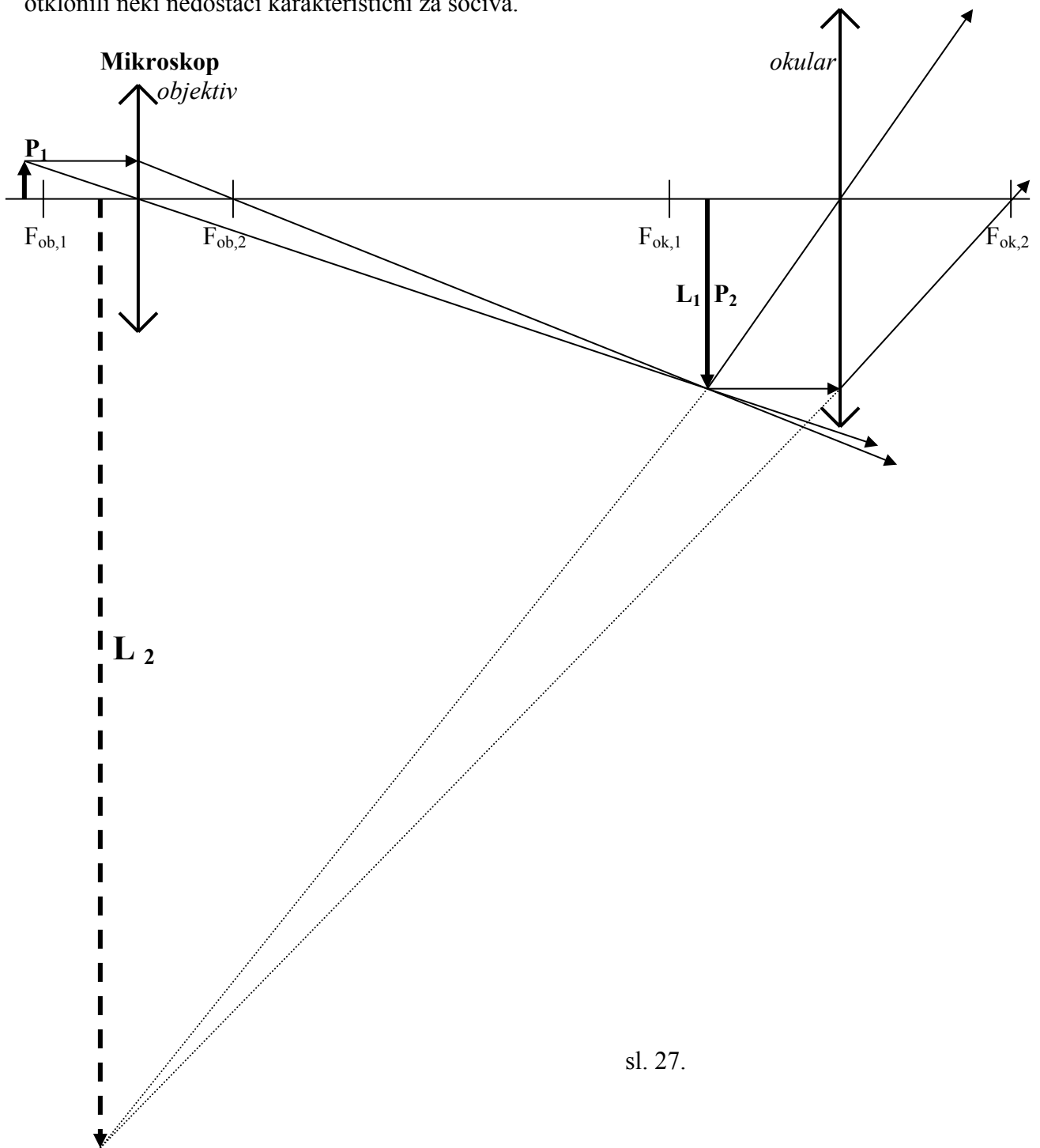
$$U = \frac{s}{f} + \frac{s}{l}$$

a s obzirom na (25) konačno je:

$$U = \frac{s}{f} + 1 \quad (28)$$

Maksimalna uvećanja lupe su oko 20 puta. To znači da je žižna daljina takve lupe oko:  $f = 1.3 \text{ cm}$ . Jasno je da uvećanje lupe praktično zavisi samo od njene žižne daljine.

Kod kvalitetnih lupe umesto jednog sabirnog sočiva koristi se sistem sočiva da bi se otklonili neki nedostaci karakteristični za sočiva.



sl. 27.

Mikroskop se sastoji od dva sabirna sočiva: objektiv i okulara koja se nalaze na krajevima cevi mikroskopa. Dužina cevi je obeležena slovom  $d$ .

Predmet  $P_1$  se postavlja na rastojanje samo malo veće od žižne daljine objektiv ( III slučaj kod sabirnog sočiva ), pa se pomoću objektiv dobija obrnut, jako uvećan ( do 300 puta ) realan lik  $L_1$ .

Ovaj realan lik služi kao predmet ( $P_2$ ) za okular, a okular deluje kao lupa, dakle  $L_1 = P_2$  je između temena i žiže okulara.

Posmatrač gleda kroz okular i vidi: obrnut, jako uvećan ( do 6000 puta ) i imaginaran lik. To što je lik obrnut obično ne smeta s obzirom na objekte koje posmatramo kroz mikroskop.

Maksimalno uvećanje mikroskopa je oko 6000 puta zato što je maksimalno uvećanje okulara kao lupe oko 20 puta. Ukupno uvećanje mikroskopa se dobija množenjem uvećanja objektivna i okulara:

$$U = U_{ob} \cdot U_{ok} \quad (29)$$

$$U_{max} = 300 \cdot 20 = 6000 \text{ puta}$$

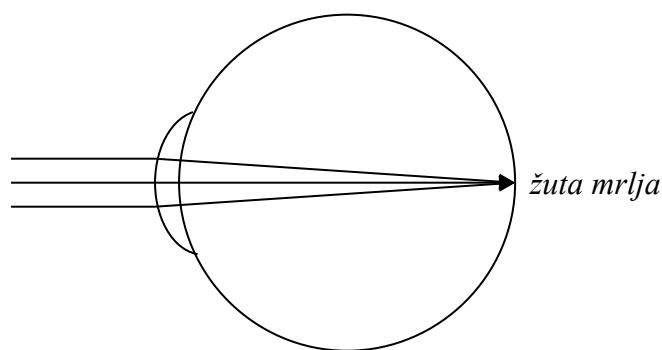
Može se pokazati da je uvećanje mikroskopa približno:

$$U = \frac{d \cdot s}{f_{ob} \cdot f_{ok}} \quad (30)$$

gde su:  $d$  – dužina cevi mikroskopa,  $s$  – daljina jasnog vida, a  $f_{ob}$  i  $f_{ok}$  – žižne daljine objektivna i okulara.

### Oko

Oko je sabirno sočivo. Zadatak oćnog soćiva je da paralelne zrake svetlosti, koji u njega stižu, sakupi u žiži a ona treba da se poklapa sa »žutom mrljom« koja se nalazi na zdanjoj strani oćnog soćiva. Žuta mrlja sadri jako veliki broj ćelija osetljivih na svetlost, pa se iz nje informacije dalje prenose u mozak posmatraća.



sl. 28.

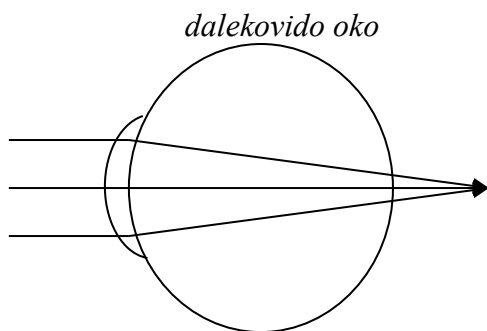
Ako je oko normalno tada se njegova žiža poklapa sa žutom mrljom i tada je daljina jasnog vida oko 25 cm.

Uobićajene mane oka su kratkovidost i dalekovidost.

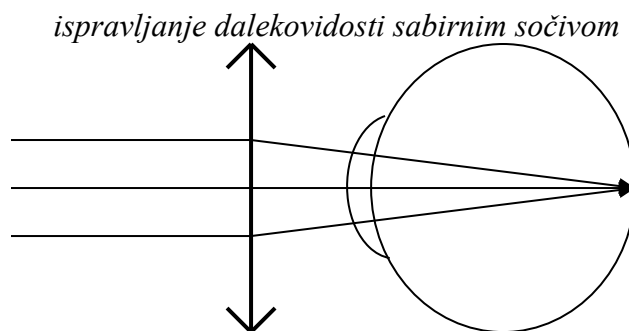
Oko je dalekovidno ako je žižna daljina oćnog soćiva velika pa se zraci seku iza žute mrlje što je prikazano na sl. 29. a.

Oko je kratkovidno ako je žižna daljina oćnog soćiva mala pa se zraci seku ispred žute mrlje što se može videti na sl. 30. a.

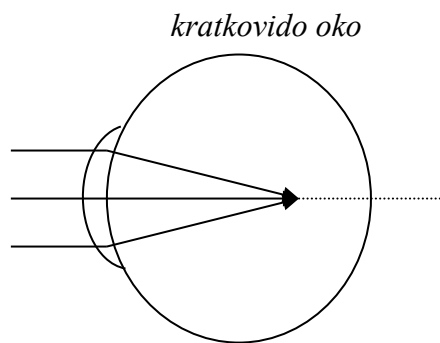
Oćno soćivo ima mogućnost prilagođavanja – akomodacije pomoću oćnih mišića. Mišići mogu da ga stegnu ili rastegnu po vertikali, čime se povećava tj. smanjuje debljina oćnog soćiva, a samim tim mu se može skratiti ili povećati žižna daljina ( respektivno ). Međutim, mogućnost akomodacije je ogranićena, pa se na ovaj naćin mogu neutralisati samo male vrednosti dalekovidosti ili kratkovidosti oka. Ovakva dugotrajna upotreba oćnih mišića – naroćito pri ćitanju – može dovesti do njihove upale i tada oći bole. Dakle, bol u oćima koja se javlja pri dućem ćitanju je prvi znak da je došlo do pojave jednog od ova dva poremećaja oka.



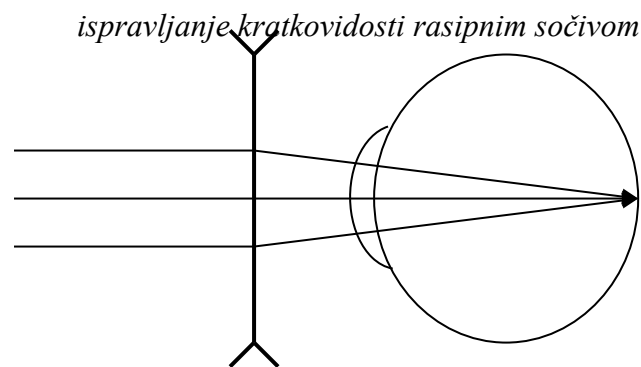
sl. 29. a



sl. 29. b



sl. 30. a



sl. 30. b

Korekcija ova dva poremećaja je moguća pomoću sočiva.

Dalekovidost se koriguje pomoću sabirnog sočiva koje pomaže oko da sakupi zrake tačno u žutu mrlju ( sl. 29. b ).

Kratkovidost se koriguje pomoću rasipnog sočiva koje onemogućava oko da sakupi zrake ispred žute mrlje, već tačno u njoj ( sl. 30. b ).

Da bi ova pomoćna sočiva tačno obavila svoj zadatak potrebno je precizno utvrditi njihovu optičku jačinu ( u dioptrijama ), što je zadatak očnog lekara.

Dalekovidni ljudi nose sočiva sa »pozitivnom dioptrijom« zato što je žiža sabirnih sočiva realna, pa je žižna daljina pozitivna, a to znači da je i optička jačina sabirnih sočiva pozitivna.

Nasuprot tome, kratkovidni ljudi nose »negativnu dioptriju« zato što je žiža rasipnih sočiva imaginarna, pa je žižna daljina negativna, što znači da je i optička jačina rasipnih sočiva negativna.