

## ENERGIJA I RAD. ZAKONI ODRŽANJA – I deo

### Uvod u zakone održanja

U fizici postoji više zakona održanja. Od njih, u ovoj oblasti ćemo obraditi samo tri najvažnija, a to su:

- zakon održanja energije,
- zakon održanja impulsa i
- zakon održanja momenta impulsa.

Da bi smo u narednim lekcijama mogli da pratimo analizu ovih zakona, potrebno je uvesti izvesne pojmove koji će u tim razmatranjima biti upotrebljavani.

1. Fizički sistem: je svako pojedinačno telo, ali sistem može biti i grupa tela koja mora da ima neku zajedničku i ekskluzivnu osobinu.

Ta osobina, dakle, mora da bude jedinstvena, u tom smislu da nijedno drugo telo u svemiru – izuzimajući tela samog sistema – ne sme imati tu osobinu. Na prvi pogled ispunjenje ovakvog zahteva je praktično nemoguće. Međutim, mogućnost njegovog ispunjenja zavisi od toga kakvu smo osobinu izabrali. Za veliki broj osobina to je stvarno nemoguće.

Na primer: nemoguće je definisati fizički sistem koji se sastoji od, recimo, samo tela zelene boje i to zato što nismo u mogućnosti da odredimo, pre svega, sam broj tela koja bi pripadala ovakvom sistemu, jer jednostavno ne znamo gde se sve ona nalaze.

Ipak postoji bar jedna takva osobina, a to je osobina da određena grupa tela pripada nekom određenom delu prostora. Takav sistem je, recimo, učionica tj. sva tela koja se nalaze u njoj. U ovom slučaju čak ne moramo ni pobrojati sva tela, a sadržaj ovakvog sistema čak može biti i promenljiv. Ne znam da li je uopšte potrebno naglašavati da se, sva tela u svemiru koja se nalaze van učionice, saglasno sa prethodnim zahtevom, ne nalaze u njoj.

Drugi primer bi bio naš Sunčev sistem, pri čemu bi izabrana osobina bila da sva tela, koja se u njemu nalaze, orbitiraju oko Sunca. Strogo govoreći, ovako definisana osobina isključuje sve planetarne satelite, kao što je naš Mesec. Zato bi definisanje ove osobine bilo malo složenije i ipak bi moralo da obuhvati i pripadanje određenom delu prostora. Recimo: sva tela koja pripadaju našem Sunčevom sistemu moraju da se nalaze u području Sunčevog gravitacionog uticaja, koji dovodi do njihovog orbitiranja oko njega, ili bar do orbitiranja oko nekog od većih tela koje i samo već orbitira oko Sunca.

2. Unutrašnje telo sistema: je svako telo koje pripada datom sistemu.

3. Spoljašnje telo: je svako telo koje ne pripada izabranom sistemu.

4. Unutrašnja sila: je međusobno dejstvo dva unutrašnja tela tog sistema.

Primer za unutrašnju silu u Sunčevom sistemu je, recimo, gravitaciona sila između Sunca i Venere, ili između Zemlje i Meseca itd.

5. Spoljašnja sila: je međusobno dejstvo jednog unutrašnjeg i jednog spoljašnjeg tela datog sistema.

U već pomenutom sistemu učionice, to bi bila gravitaciona sila kojom Zemlja privlači tablu, ili katedru, ili same đake i nastavnika – koji se nalaze u njoj.

Očigledno je da bi smo u spoljašnje sile mogli ubrojati i ona dejstva koja postoje i između dva spoljašnja tela datog sistema. Međutim, ovakve sile se ipak ne uzimaju u obzir, zato što one nemaju nikakvog uticaja na događaje u samom sistemu. Na primer: sudar dva biciklista u Kini nema nikakvog uticaja na događaje u izabranom sistemu učionice koja se nalazi u Srbiji.

6. Otvoren ( neizolovan ) sistem: je svaki sistem u kome deluje neka spoljašnja sila.

Zbog dejstva spoljašnje sile zemljine teže, sistem učionice možemo smatrati za primer otvorenog sistema.

7. Zatvoren ( izolovan ) sistem: je svaki sistem u kome ne deluju spoljašnje sile.

Ali kada bolje razmislimo videćemo da je ovako izrečen uslov praktično neostvariv, jer će se van izabranog sistema uvek naći neko telo van sistema koje će, ma koliko bilo udaljeno, uvek delovati spoljašnjom gravitacionom silom, zbog čega će takav sistem uvek biti otvoren. Jedini način da se to izbegne je da u sistem bude uključen ceo svemir, ma šta to značilo.

Ipak postoji nekoliko načina da jedan sistem proglasimo zatvorenim, pa ćemo sada razmotriti neke od njih:

- najjednostavniji način je da izberemo sistem tako da spoljašnja tela budu jako udaljena, zbog čega bi sve spoljašnje sile mogli da smatramo zanemarljivo slabim, naročito ako ih, po jačini uporedimo sa unutrašnjim silama tog sistema. Dobar primer za ovako izabran sistem bi bio Sunčev sistem, zato što je nama najbliža zvezda – Alfa Kentaura jako udaljena, pa se njen gravitacioni uticaj na tela u Sunčevom sistemu može slobodno zanemariti, a samim tim i uticaj ostalih još udaljenijih zvezda.

- međutim, najbolji način je da se sistem odabere tako da se sve spoljašnje sile, koje na njega deluju, međusobno ponište. Takav sistem možemo prepoznati po tome što, kao celina, miruje ili se kreće ravnomerno pravolinijski.

- čak i u slučaju da spoljašnje sile nisu zanemarljive i da se međusobno ne poništavaju, postoji način da zatvorimo dati sistem. To se može učiniti ako su spoljašnje sile nebitne za odvijanje pojave koju razmatramo u tom sistemu. Kao primer možemo uzeti sistem klizača na ledu koji izvodi piruetu. Na ovako izabran sistem deluju tri spoljašnje sile od kojih dve, a to su sila trenja sa ledom i sila otpora vazduha, možemo zanemariti kao izrazito slabe sile. Međutim, sila gravitacije nije uopšte slaba, pa nju ne bi smo mogli ukloniti na ovaj način. Ali ako razmotrimo njeno delovanje na klizača, možemo uočiti da ona ne deluje neposredno na odvijanje piruete, zato što se kretanje odvija u horizontalnoj ravni a gravitaciona sila deluje pod pravim uglom u odnosu na ovu ravan, pa se zbog toga njeno delovanje može smatrati nebitnim. Istine radi, moramo primetiti da gravitacija ipak posredno deluje na kretanje klizača – kroz silu trenja. Sada treba uočiti da je ovakvo dejstvo zanemarljivo jer smo već rekli da je sama sila trenja zanemarljivo slaba.

- zanimljivo je da, čak i u slučaju da spoljašnje sile nisu zanemarljivo slabe i da se međusobno ne poništavaju i da neposredno utiču na dešavanje pojave koja se razmatra, postoji način da se čak i u takvom slučaju sistem, u kome se pojava dešava, proglasimo zatvorenim. Izgleda nemoguće, ali ako se pojava dešava u izuzetno kratkom vremenskom intervalu, tada spoljašnje sile nemaju dovoljno vremena da bitno utiču na način na koji se pojava dešava, pa se sistem ipak može smatrati zatvorenim. Kao primer možemo uzeti, recimo, pojavu ispaljivanja metka iz puške, pri čemu sistem: puška – metak pri samom ispaljivanju možemo smatrati zatvorenim, zato što ni gravitacija ni otpor vazduha kao spoljašnje sile nemaju vremena da bitno utiču na sam proces. Normalno, pri tom treba imati na umu da tokom kasnijeg leta metka ove dve sile bitno utiču na njegovo kretanje, određujući i njegovu brzinu, ali i putanju u odnosu na površinu zemlje. Međutim, pri samom ispaljivanju proces se odvija skoro na potpuno isti način kao da se dešava u vakuumu i u bestežinskom stanju. Silu trenja, između metka i puške, ne razmatram jer je ona u ovom slučaju – unutrašnja sila.

8. Toplotno izolovan sistem: je svaki sistem koji ne razmenjuje toplotu sa svojom okolinom. Da bi sistem bio toplotno izolovan potrebno je sprečiti dva glavna načina razmene toplote sa okolinom, a to su provođenje i zračenje. Najslabiji provodnik toplote je vakuum, a dobra izolacija od toplotnog zračenja su višestruki zidovi oko sistema, jer se toplotno zračenje dobrim delom zadržava pri prelasku iz jedne sredine u drugu. Rešenje se, dakle, samo nameće – a to su dvostruki zidovi oko sistema između kojih se nalazi vakuum. U svakodnevnom životu ovakav način toplotne izolacije je već u upotrebi kod termos boca. Pritom treba primetiti da ne postoji idealna toplotna izolacija, pa se sistem može smatrati toplotno izolovanim samo približno.

Kao što ćemo videti u narednim lekcijama, zakoni održanja važe pod određenim uslovima, a to je najčešće uslov da sistem bude zatvoren, pa smo se upravo tim slučajem i najviše pozabavili u prethodnom razmatranju. Najveći broj primera koje smo tu razmotrili biće upotrebljeni u predstojećim konkretnim zakonima održanja.

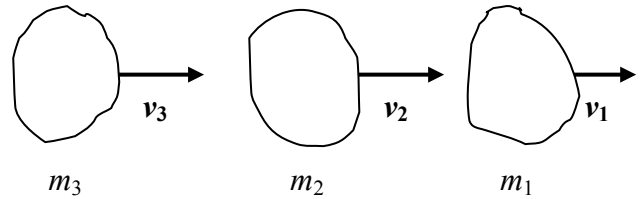
## Zakon održanja impulsa

Definicija ovog zakona glasi:

**Ukupan impuls zatvorenog fizičkog sistema mora ostati stalan.**

Ovde je potrebno definisati pojam ukupnog impulsa datog sistema, dok je pojam zatvorenog sistema već poznat iz prethodnog razmatranja.

Ukupan impuls fizičkog sistema, koji je sastavljen od više tela, je jednak zbiru pojedinačnih impulsa svih unutrašnjih tela tog sistema. Na sl. 14. prikazana su tri tela koja se kreću duž istog pravca i smera jedno za drugim. Pritom su obeležene njihove mase i brzine, što omogućava da ukupan impuls ovog sistema napišemo na sledeći način:



sl. 14.

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 + m_3 \cdot \vec{v}_3$$

U konkretno izabranom slučaju, zbog istog pravca i smera kretanja sva tri tela, ovaj zbir se može uzeti u skalarnom obliku, tj.

$$p = p_1 + p_2 + p_3 = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 + m_3 \cdot v_3.$$

Zamislimo sada da ovaj sistem od tri tela, u stvari, predstavlja tri asteroida koja se kreću kroz bestežinsko stanje i vakuum otvorenog svemira. U tom slučaju možemo smatrati ovaj sistem zatvorenim, jer su postojeće spoljašnje sile zanemarljivo slabe. Uzmimo da su njihove mase redom:  $m_1 = 200 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 300 \text{ kg}$  i  $m_3 = 250 \text{ kg}$ . Ako su njihove brzine:  $v_1 = 15 \text{ m/s}$ ,  $v_2 = 20 \text{ m/s}$  i  $v_3 = 30 \text{ m/s}$ , tada možemo izračunati i pojedinačne impulse, ali i ukupan impuls ovog sistema:

$$p_1 = m_1 \cdot v_1 = 200 \text{ kg} \cdot 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3000 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$p_2 = m_2 \cdot v_2 = 300 \text{ kg} \cdot 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 6000 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

i

$$p_3 = m_3 \cdot v_3 = 250 \text{ kg} \cdot 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 7500 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

ukupan impuls je:

---

$$p = p_1 + p_2 + p_3 = 16500 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Ako obratimo pažnju na brzine ovih asteroida videćemo da je sudar među njima neizbežan, tako što će brži asteroidi naleteti na sporije ispred sebe. Pri ovakvom višestrukom sudaru dolazi do promene njihovih brzina, a samim tim i do promene njihovih impulsa. Pretpostavimo da su brzine drugog i trećeg asteroida posle sudara:  $v'_2 = 21 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  i  $v'_3 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Sada se postavlja pitanje: kolika je brzina prvog asteroida? Jedino što možemo unapred reći jeste da je njegova brzina sigurno povećana. Ali koliko?

Prvo treba uočiti da pri sudarima između asteroida deluju unutrašnje sile, pa se status sistema nije promenio, tj. on je još uvek zatvoren. Sada možemo primeniti zakon održanja impulsa, tj. da se ukupan impuls nije promenio pri međusobnim sudarima asteroida:

$$p = p'$$

$$p_1 + p_2 + p_3 = p'_1 + p'_2 + p'_3$$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 + m_3 \cdot v_3 = m_1 \cdot v'_1 + m_2 \cdot v'_2 + m_3 \cdot v'_3$$

$$200 \text{ kg} \cdot 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 300 \text{ kg} \cdot 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 250 \text{ kg} \cdot 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 200 \text{ kg} \cdot v'_1 + 300 \text{ kg} \cdot 21 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 250 \text{ kg} \cdot 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$3000 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} + 6000 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} + 7500 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 200 \text{ kg} \cdot v'_1 + 6300 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} + 5000 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$16500 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 200 \text{ kg} \cdot v'_1 + 11300 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$200\text{kg} \cdot v'_1 = 16500\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} - 11300\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v'_1 = \frac{5200\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{200\text{kg}}$$

$$v'_1 = 26 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dobijeni rezultat je očekivan, jer je smanjenje brzine, pa samim tim i impulsa, zadnjeg asteroida moralo da rezultuje povećanjem i brzine i impulsa prvog asteroida. Srednji asteroid, pritom, može i da poveća i da smanji svoj impuls, a postoji i mogućnost da njegov impuls na kraju ostane nepromenjen.

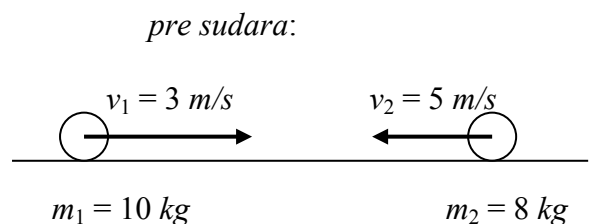
Međutim, razmatranje u ovom primeru nas dovodi do jednog izuzetno važnog zaključka, a to je da unutrašnje sile ( u ovom slučaju međusobni sudari asteroida ) mogu da promene pojedinačne impulse unutrašnjih tela datog sistema, ali ne mogu da promene ukupan impuls celog sistema. Ovo je, uostalom, još jedna moguća definicija zakona održanja impulsa.

A šta mogu da učine spoljašnje sile sa impulsima datog fizičkog sistema ? Da bi odgovorili na ovo pitanje potrebno je da uvedemo sledeću promenu u primeru koji smo do sada razmatrali: pretpostavimo da se na putu naših asteroida nađe neko masivno nebesko telo, recimo neka planeta. Tada će sistem tri asteroida postati otvoren, zbog dejstva spoljašnje gravitacione sile planete na njih. Ova sila će dovesti do ubrzanja svakog pojedinačnog asteroida u smeru kretanja, što znači do porasta njihovih brzina, tj. dovešće do porasta njihovih pojedinačnih impulsa, a samim tim i do porasta ukupnog impulsa ovog sistema. Zaključak je da: spoljašnje sile mogu da promene i pojedinačne, ali i ukupan impuls datog fizičkog sistema. Vidi se da pritom ne važi zakon održanja impulsa, ali sada bi trebalo da bude potpuno jasno, zašto je za važenje ovog zakona glavni i jedini uslov da sistem bude zatvoren.

Jedna od vrlo čestih primena zakona održanja impulsa je kod sudara dva tela, što ne bi trebalo da nas iznenadi jer smo još kod definisanja ove veličine u dinamici naglasili da je impuls mera jačine sudara datog tela sa nepokretnom preprekom.

Pogledajmo jedan takav primer na sl. 15.

Dve kugle datih masa se kotrljaju jedna prema drugoj datim brzinama. Ako se posle sudara druga kugla zaustavi kolika je tada brzina prve kugle ? U ovom primeru treba uzeti da date vrednosti brzina važe neposredno pre sudara i da se traži brzina prve kugle neposredno po završenom sudaru. U tom slučaju, sistem možemo smatrati zatvorenim jer se sam sudar dešava u jako kratkom vremenskom intervalu. Dakle ukupan impuls obe kugle i pre i posle sudara mora ostati nepromenjen:



sl. 15.

$$p = p'$$

$$p_1 + p_2 = p'_1 + p'_2$$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v'_1 + m_2 \cdot v'_2$$

$$10\text{kg} \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 8\text{kg} \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 10\text{kg} \cdot v'_1 + 8\text{kg} \cdot 0$$

$$10\text{kg} \cdot v'_1 = 30\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} - 40\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v'_1 = \frac{-10\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10\text{kg}}$$

$$v'_1 = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dobijeni rezultat znači da se prva kuglica posle sudara vraća unazad. Dakle, u ovom primeru sve brzine koje su usmerene u levo su pozitivne, a one koje su usmerene u desno su negativne. To ujedno objašnjava i znak ( - ) koji se pojavljuje u četvrtom redu prethodnog izračunavanja.

Pomoću zakona održanja impulsa možemo, recimo, objasniti trzaj puške pri ispaljivanju metka iz nje, ali ne samo objasniti već u konkretnom slučaju izračunati kolika je brzina njenog trzaja.

Uzmimo da je masa prazne puške 3 kg, a da je masa metka 10 gr = 0,01 kg. Ako približno uzmemo da se ove mase ne menjaju, izračunati brzinu trzaja puške ako je početna brzina metka 600 m/s. Pritom se smatra da su i puška i metak pre ispaljivanja bili u stanju mirovanja.

Sistem: puška – metak je zatvoren jer proces ispaljivanja traje izuzetno kratko vreme. Zato će ukupan impuls pre i posle ispaljivanja biti isti:

$$\begin{aligned}
 p &= p' \\
 p_p + p_m &= p'_p + p'_m \\
 m_p \cdot v_p + m_m \cdot v_m &= m_p \cdot v'_p + m_m \cdot v'_m \\
 3\text{kg} \cdot 0 + 0,01\text{kg} \cdot 0 &= 3\text{kg} \cdot v'_p + 0,01\text{kg} \cdot 600 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 0 &= 3\text{kg} \cdot v'_p + 6\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 3\text{kg} \cdot v'_p &= -6\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 v'_p &= -\frac{6\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3\text{kg}} \\
 v'_p &= -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.
 \end{aligned}$$

Dobijeni rezultat pokazuje da se puška, po ispaljivanju metka, pokrene unazad izračunatom brzinom.

Na ovom principu radi i raketni pogon. U početku i raketa i gorivo u njoj miruju, što znači da je ukupan impuls ovako izabranog sistema jednak nuli. Kada se gorivo pokrene, terano potisnom silom motora, unazad – raketa se pokrene istim tolikim impulsom unapred, da bi ukupan impuls sistema i dalje ostao jednak nuli.

Princip raketnog pogona za svoje kretanje koriste i neke vrste morskih životinja, kao što je sipa. Razlika je u tome što sipa umesto goriva koristi vodu koja se nalazi u njenoj duplji, a onda jakom mišićnom kontrakcijom duplje izbaci vodu iz sebe na jednu stranu, a sama se pokrene na suprotnu stranu. Pritom je zanimljivo da je među laicima dosta rasprostranjeno pogrešno uverenje da raketni pogon bolje dejstvuje, ili čak da jedino deluje (?!), ako se raketa nalazi u materijalnoj sredini kao što su vazduh, voda itd. Naprotiv najveći efekat se upravo postiže u vakuumu, zato što tada otpor sredine ne smanjuje brzinu rakete.

Na kraju možemo odgovoriti i na pitanje: zašto topovi imaju jako veliku masu? Odgovor je u činjenici da je masa granate prilično velika i da se ona ispaljuje iz topa velikom brzinom. Ako bi top imao masu jednaku masi granate, tada bi brzina njegovog trzaja pri ispaljivanju bila jednaka brzini granate, što bi bilo jako opasno za posadu tog topa. Pri masi topa dvostruko većoj od mase granate, brzina njegovog trzaja bi bila samo dvostruko manja od brzine granate itd.

U svim dosadašnjim primerima razmotreni su slučajevi kada se tela kreću duž istog pravca, što omogućuje upotrebu jednostavnijeg skalarnog oblika zakona održanja impulsa. U slučajevima kada se tela kreću duž različitih pravaca, mora se primeniti mnogo složeniji vektorski oblik ovog zakona.

### Raketni pogon

O raketnom pogonu je već bilo reči u zakonu održanja impulsa. Cilj ove lekcije je da, uz pomoć zakona održanja impulsa, izvedemo obrazac za priraštaj brzine rakete, iz koga se može videti od čega ovaj priraštaj brzine zavisi.

Do ove zavisnosti možemo doći i logičkim razmišljanjem. Dakle, priraštaj brzine date rakete će sigurno biti veći:

- što je brzina kojom gorivo izlazi iz rakete veća,
- što je masa isteklog goriva veća i
- što je masa rakete manja.

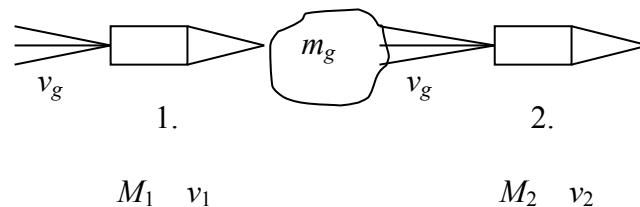
Sada ćemo ove tri tvrdnje i dokazati.

Uzmimo da u tački 1. raketa ima brzinu  $v_1$  i masu  $M_1$ . U ovoj tački započne isticanje goriva brzinom  $v_g$ . Do tačke 2. istekne masa goriva  $m_g$ . U tački 2. raketa ima povećanu brzinu  $v_2$  i smanjenu masu  $M_2$ .

Pritom je:  $M_2 = M_1 - m_g$ .

Ako se raketa kreće u delu prostora u kome su spoljašnje sile zanemarljivo slabe, tj. ako

se sistem rakete može smatrati zatvorenim, tada važi zakon održanja impulsa, a to znači da ukupan impuls rakete u tački 1. i tački 2. mora biti isti:



sl. 2.

$$p_1 = p_2$$

$$M_1 \cdot v_1 = M_2 \cdot v_2 - m_g \cdot v_g$$

$$M_1 \cdot v_1 - M_2 \cdot v_2 = -m_g \cdot v_g$$

$$M_2 \cdot v_2 - M_1 \cdot v_1 = m_g \cdot v_g$$

ako uzmemo da je masa rakete mnogo veća od mase isteklog goriva, tada možemo približno smatrati da je masa same rakete stalna, tj.

$$M_1 = M_2. \quad \text{Na osnovu ovoga prethodni izraz dobija}$$

sledeći oblik:

$$M \cdot v_2 - M \cdot v_1 = m_g \cdot v_g$$

$$M \cdot (v_2 - v_1) = m_g \cdot v_g$$

$$M \cdot \Delta v = m_g \cdot v_g$$

$$\Delta v = \frac{m_g \cdot v_g}{M}$$

Ovo je traženi obrazac, iz koga se vidi da je priraštaj brzine -  $\Delta v$  rakete, od tačke 1. do tačke 2. stvarno direktno srazmeran masi i brzini isteklih gasova, a da je obrnuto srazmeran masi rakete.

### Energija i rad

Energija je centralna i najvažnija fizička veličina. Potvrdu ovakve tvrdnje možemo pronaći u uvodnoj lekciji, gde je rečeno da se fizika kao nauka bavi energijom ( a hemija masom ).

**Energija je jedan od dva oblika postojanja materije, drugi je masa.**

Energija se može pojaviti u više oblika, a najvažnijih pet su:

- Kinetička energija tela  $E_k (J)$  – energija kretanja datog tela,

- Potencijalna energija tela  $E_p (J)$  – energija koju telo ima ako je izloženo dejstvu privlačnih ili odbojnih sila,

- Unutrašnja energija tela  $U (J)$  – energija tela koja je zbir kinetičkih i potencijalnih energija svih mikročestica koje čine to telo. Može se pojaviti u više oblika: kao toplotna energija tela, njegova hemijska energija, energija koju telo stiče pri deformacijama, itd.

- Energija fizičkih polja  $E_{polja} (J)$  – to je ona energija o kojoj je već bilo reči u Njutnovom zakonu gravitacije, a rečeno je u definiciji fizičkog polja da je: fizičko polje izvesna materijalnost okoline tela koja se posebno ispoljava dejstvom odgovarajuće sile. Ta » izvesna materijalnost « je upravo energija tog fizičkog polja. Svaki vid fizičkog polja ima i svoju odgovarajuću energiju, a to su sledeće energije:

- energija gravitacionog polja

- energija elektrostatičkog polja

- energija magnetnog polja

- energija električnog polja ili električna energija ( a to je energija električne struje )

- energija elektromagnetnog polja ( energija svetlosti, ali i drugih zračenja kao što su recimo x - zraci, ultraljubičasti zraci, radio talasi itd. ) i

- Energija defekta mase  $E_{dm} (J)$  – energija koja se oslobađa iz mase u pocesima fisije, fuzije i anihilacije, a u skladu sa čuvenom Ajnštajnovom relacijom između mase i energije:

$$E = m \cdot c^2.$$

Ne bi trebalo da nas iznenadi ovakva mogućnost pretvaranja mase u energiju ( moguć je i obrnut proces koji se zove stvaranje parova ), zato što su masa i energija pojavni oblici iste stvari, a to je materija.

Može se uočiti da su prva tri glavna oblika energije – energije tela.

Može se reći: **energija tela je mera sposobnosti tog tela da vrši rad.**

Ovaj iskaz možemo shvatiti u najbukvalnijem smislu reči. Zamislimo situaciju u kojoj imamo dva blizanca, a onda ih nedelju dana tretiramo različito. Jednog od njih potpuno iscrpimo, tako što ga izgladnimo, što mu ne dozvolimo da dovoljno spava itd. Jednostavno oduzmemo mu što više energije, a drugog tretiramo za to vreme upravo suprotno, što znači da se potrudimo da mu što više povećamo ličnu energiju. Na kraju im damo da obave neki težak fizički posao i posledica će biti da loše tretirani bliznac sigurno neće biti u stanju da izvrši onoliki rad koliki će biti u stanju da obavi njegov brat. Dakle, energija koju poseduje dato telo omogućava tom telu da vrši rad i što telo ima više energije ono je sposobnije da izvrši veći rad.

Sa druge strane najopštija definicija rada glasi:

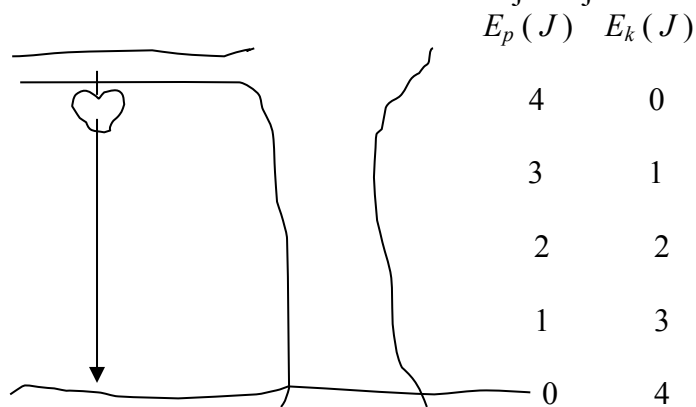
**Rad meri koliko energije pređe iz jednog oblika u drugi.**

Ovakva definicija zahteva objašnjenje, a, inače, predstavlja jednu od najčešće upotrebljvanih definicija u gimnazijskom programu fizike.

Prvo treba uočiti da se, po ovoj definiciji, rad dešava ako jedan oblik energije prelazi u drugi. Kao primer može poslužiti rad ma koje mašine iz našeg svakodnevnog okruženja. Recimo kada uključimo ringlu na električnom šporetu, on vrši rad tako što pretvara električnu energiju u toplotnu, što uzgred budi rečeno i radi najveći broj električnih uređaja u kući. Motor automobila pretvara toplotnu energiju ( dobijenu sagorevanjem goriva u njemu ) u kinetičku energiju samog automobila. Ako bolje razmislimo, svaki rad predstavlja baš to: pretvaranje jednog oblika energije u drugi, ma koliko to bilo daleko od našeg uobičajenog poimanja rada. Nastavimo dakle sa primerima: čovek koji trči pretvara svoju unutrašnju energiju u kinetičku, kada voda pada sa neke visine dolazi do pretvaranja njene potencijalne energije u kinetičku, ako ta voda pada na lopatice neke turbine – tada kinetička energija vode prelazi u rotacionu kinetičku energiju te turbine. Ako je za drugi kraj osovine te turbine pričvršćen ram od žice koji se obrće u stalnom magnetnom polju, tada će rotaciona kinetička energija tog rama da se pretvara u električnu energiju u žici. U poslednjem primeru su ukratko opisani radovi koji se vrše u jednoj hidroelektrani.

Ono što u ovoj definiciji rada nije prisutno je da rad može da vrši: čovek, mašina, neka životinja, ili neka sila.

U definiciji se kaže: » rad meri «. To znači sledeće: rad možemo kvantitativno tj. brojno odrediti ako znamo koliko je džula energije prešlo iz jednog oblika energije u drugi. U stvari, rad je brojno jednak toj količini energije. U tom slučaju je potpuno razumljivo što se i rad kao i energija meri u džulima. Na sl. 16. prikazan je pad jedne jabuke, pri čemu se njena potencijalna energija pretvara u kinetičku, što je brojno prikazano u tabeli pored slike. U ovom primeru energija od 4 džula prelazi iz potencijalne u kinetičku, pa je po definiciji izvršeni rad jednak takođe 4 džula.



sl. 16.

Dakle:

$$A = \Delta E_p = \Delta E_k = 4J$$

gde je rad obeležen slovom  $A$ , a kao što je već rečeno meri se u džulima. Rad u ovom slučaju je izvršila gravitaciona sila.

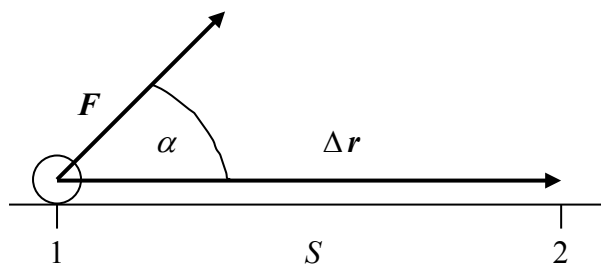
Česta primena ove definicije se upravo zasniva na tome što je za izračunavanje rada dovoljno odrediti samo jednu promenu energije od dve koje se dešavaju. Međutim ova definicija se često koristi i u suprotnom smeru, jer ako je moguće lako odrediti izvršeni rad, tada automatski znamo i količinu potrošene i količinu dobijene energije.

### Rad sile $A$ (J)

Ako se pod dejstvom sile telo kreće po pravolinijskoj putanji i pređe put od tačke 1 do tačke 2 tada rad te sile možemo izračunati na sledeći način:

$$A = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r},$$

tj. preko skalarnog proizvoda sile koja vrši rad i vektora pomeraja koji telo pređe pod dejstvom te sile (sl. 17.). Dakle, na osnovu onog što znamo o skalarnom proizvodu dva vektora sledi:



sl. 17.

$$A = F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha.$$

Može se uočiti da je rad skalarna veličina.

Ovaj obrazac važi u opštem slučaju, kada sila i vektor pomeraja nemaju isti pravac, tj. kada zaklapaju ugao  $\alpha$ .

Kada je pređeni put tela pravolinijski, a vektori sile i pomeraja imaju isti pravac i smer, tj. kada je ugao  $\alpha = 0^\circ$ , ovaj obrazac dobija oblik:

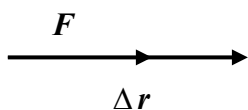
$$A = F \cdot \Delta r \cdot \cos 0^\circ = F \cdot \Delta r = F \cdot S$$

zbog toga što je put pravolinijski, pa je  $\Delta r = S$ , dok je  $\cos 0^\circ = 1$ .

Poslednji obrazac:  $A = F \cdot S$  je već poznat iz osnovne škole i očigledno važi samo u specijalnom slučaju kada je putanja tela pravolinijska i kada su pravci i smerovi vektora sile i vektora pomeraja isti.

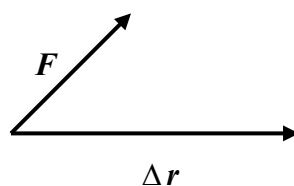
Iz obrasca:  $A = F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha$  se može videti da je izvršeni rad direktno srazmeran jačini upotrebene sile i dužini pomeraja (tj. puta) koji telo pređe. Rad zavisi i od ugla  $\alpha$  ali na složen kosinusni način. Pogledajmo malo ovu zavisnost rada od ugla. Pri promeni ugla od  $0^\circ$  do  $180^\circ$  razlikujemo sledećih pet slučajeva:

1.



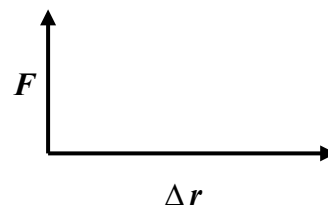
$$\alpha = 0^\circ \Rightarrow A_{\max} > 0$$

2.



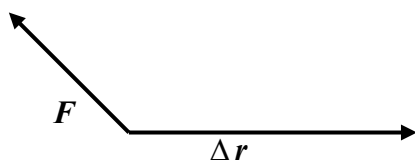
$$0^\circ < \alpha < 90^\circ \Rightarrow A > 0$$

3.



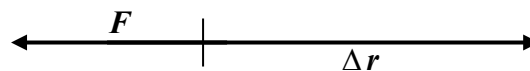
$$\alpha = 90^\circ \Rightarrow A = 0$$

4.



$$90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow A < 0$$

5.



$$\alpha = 180^\circ \Rightarrow A_{\min} < 0$$

sl. 18.



Da bi mogli da razumemo ovakvu zavisnost rada od ugla, treba imati na umu da je  $\Delta r$  zadati vektor pomeraja, tj. da se telo, u početku, nalazi u njegovoj napadnoj tački i da je zadato da se silom  $F$  ovo telo premesti u tačku koja se nalazi na vrhu vektora pomeraja.

U prva dva slučaja sila je usmerena tako da može izvršiti zadati rad, pa je zato taj rad označen kao koristan tj. pozitivan. Najveće iskorišćenje sile, a samim tim i najveći rad je u slučaju 1. kada je  $\alpha = 0^\circ$ . Što se ugao povećava prema  $90^\circ$ , to je izvršeni rad manji.

Sila koja je usmerena pod pravim uglom u odnosu na zadati vektor pomeraja ( 3. ) nije u stanju da pomeri telo u zadanom pravcu, pa je zato njen rad jednak nuli.

U 4. i 5. slučaju sila je tako usmerena da može samo da odmakne telo od zadanog cilja, pa je zato njen rad štetan tj. negativan. Pritom je takav negativan rad, u apsolutnom iznosu, najveći ako je ugao  $\alpha$  ravan ugao, tj. sila će pod uglom od  $180^\circ$ , u odnosu na zadati pomeraj, napraviti najveću štetu.

Do sada smo u ovoj lekciji razmatrali isključivo pravolinijsko kretanje tela. A šta ako je kretanje tela krivolinijsko? Proučavanje rada sile pri krivolinijskom kretanju tela pokazuje da je ovakva slika vrlo složena. Najvažnija komplikacija u ovom slučaju je da se sve sile ne povinuju istim zakonima. Po načinu na koji vrše rad duž krivolinijske putanje možemo razlikovati dve vrste sila i to:

- konzervativne i
- nekonzervativne sile.

O ovim silama će kasnije biti više reči.

### Kinetička energija tela $E_k(J)$

Uslovi postojanja kinetičke energije tela su:

- da postoji telo mase  $m$  i
- da se to telo kreće brzinom  $v$ .

Jasno je da je to energija kretanja tela, a obrazac za kinetičku energiju glasi:

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Kinetička energija tela je direktno srazmerna njegovoj masi i kvadratu njegove brzine.

Dve veličine koje se najčešće koriste u fizici za opisivanje kretanja datog tela su njegov impuls i njegova kinetička energija. Impuls je vektorska veličina, dok je kinetička energija skalar. Za dato telo je moguće uspostaviti vezu između brojnih vrednosti ovih veličina:

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2} \cdot \frac{m}{m} = \frac{m^2 \cdot v^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}$$

Postoji mogućnost da se obrazac za kinetičku energiju izvede, pomoću obrasca za rad sile:

Uzmimo da se po pravolinijskom putu kreće dato telo mase  $m$ , stalnom brzinom. U tački 1 na njega počne da deluje stalna sila u smeru kretanja, pa zbog toga telo po II Njutnovom zakonu dobija ubrzanje. U tački 2 ovo telo ima povećanu brzinu u odnosu na tačku 1. Ovako opisano kretanje možemo razmatrati na više načina. Recimo, sila koja ubrzava ovo telo pritom vrši rad:

$$A = F \cdot S$$

Međutim, po definiciji – rad meri koliko je energije prešlo iz jednog oblika u drugi. U ovom slučaju mi ne znamo poreklo sile, pa zato ne znamo koji se oblik energije troši. Ali to je potpuno nebitno, ako znamo koliko se i koje energije dobija. A to znamo zato što vidimo da brzina tela raste, što znači da raste i njegova kinetička energija. Zato je:

$$A = \Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}$$

Kako se u ovom slučaju telo kreće jednako – ubrzano, možemo koristiti sledeći obrazac:

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot S$$

primenjen na naš slučaj prikazan na sl. 1. prethodni obrazac postaje:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a \cdot S$$

Iz njega možemo izraziti  $S$ :



sl. 1.

$$S = \frac{v_2^2}{2a} - \frac{v_1^2}{2a}.$$

Ako uzmemo u obzir II Njutnov zakon  $F = m \cdot a$ , početni obrazac za rad dobija sledeći oblik:

$$A = F \cdot S = m \cdot a \cdot S = m \cdot a \left( \frac{v_2^2}{2a} - \frac{v_1^2}{2a} \right) = \frac{m \cdot v_2^2}{2} - \frac{m \cdot v_1^2}{2}.$$

Upoređivanjem obrazaca:

$$A = \frac{m \cdot v_2^2}{2} - \frac{m \cdot v_1^2}{2}$$

i

$$A = E_{k2} - E_{k1}$$

možemo doći do zaključka da je:

$$E_{k2} = \frac{m \cdot v_2^2}{2} \quad \text{i} \quad E_{k1} = \frac{m \cdot v_1^2}{2},$$

tj. u opštem slučaju:

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

Ovaj način izvođenja obrasca za kinetičku energiju, se jednim delom zasniva na definiciji rada – »rad meri koliko energije prelazi iz jednog oblika u drugi«. Ranije je već pomenut značaj ove definicije u fizici, a u ovom izvođenju se može videti i konkretna korist od nje. U toku kasnijeg proučavanja fizike imaćemo još prilike da, na sličan način, ovu definiciju upotrebimo za izvođenje drugih važnih obrazaca.

### Potencijalna energija tela $E_p (J)$

U bukvalnom prevodu to bi bila energija mogućnosti datog tela. Možda bi bolji naziv bio energija položaja tela. U svakom slučaju, može se reći da telo ima potencijalnu energiju ako je izloženo dejstvu neke privlačne ili odbojne (konzervativne) sile.

Preciznije, uslovi postojanja potencijalne energije su sledeći:

- da postoji telo (sa određenom karakteristikom)
- da se to telo nalazi u polju dejstva neke privlačne ili odbojne sile i
- da se to telo ne nalazi u centru dejstva te sile.

U ovoj lekciji ćemo razmotriti slučaj kada je telo izloženo dejstvu gravitacione sile. U ovom slučaju prvi uslov postojanja  $E_p$  se proširuje i glasi: da postoji telo mase  $m$ . Da je sila elektrostatička, prvi uslov bi glasio: da postoji naelektrisano telo koje miruje, itd. Dakle, ta »određena karakteristika tela« iz prvog uslova postojanja, je neophodna da bi na telo uopšte delovala sila iz drugog uslova.

Konkretno ćemo razmatrati potencijalnu energiju tela izloženog dejstvu zemljinog gravitacionog polja, tj. izloženog gravitacionoj sili zemljine teže.

Pored uslova postojanja postoji i drugi – jednostavniji način da odredimo da li telo ima ili nema potencijalnu energiju: *telo izmaknemo sve oslonce, pa ako telo počne da se kreće (pada) – tada ono ima potencijalnu energiju, a ako telo ostane da miruje (lebdi) – onda ono nema potencijalnu energiju.*

Ovde je važno biti vrlo oprezan pri uklanjanju oslonaca tela i uveriti se da su baš svi oslonci uklonjeni.

Razmotrimo sada u kojim sve položajima telo ima potencijalnu energiju.

Uzmimo recimo jednu ciglu koja se nalazi iznad površine zemlje na maloj visini  $h$ . Ako pogledamo uslove postojanja  $E_p$ , možemo videti da su sva tri ispunjena, pa cigla, dakle, mora imati  $E_p$ . I izmicanje svih oslonaca će dovesti do istog zaključka, jer iz iskustva znamo da ovakvo telo bez oslonca pada prema površini zemlje.

Postavimo sada tu istu ciglu na površinu zemlje. Uslovi postojanja  $E_p$  su i dalje ispunjeni, zato što je centar gravitacione sile u centru Zemlje, a telo se nalazi na njenoj površini na rastojanju  $R = 6370 \text{ km}$  od njenog centra.  $R$  je ovde srednja vrednost poluprečnika Zemlje. Međutim, ako razmotrimo drugi način imaćemo problem kako da uklonimo sve oslonce, obzirom da se telo nalazi na površini Zemlje. Svakako ne uklanjanjem cele planete, ali onda kako? Problem možemo rešiti tako što iskopamo rupu ispod tela. I ova provera pokazuje da telo ima  $E_p$ .

Gledajući u uslove postojanja može se zaključiti da postoje samo dva načina da dato telo nema gravitacionu potencijalnu energiju:

- na osnovu drugog uslova to se dešava ako se telo nalazi van gravitacionog polja, tj. u bestežinskom stanju.

- na osnovu trećeg uslova to je slučaj kada se telo nalazi u centru Zemlje.

Prvi način je logičan i očekivan pa ga ne treba posebno obrazlagati. Možda treba samo podsetiti da tela u bestežinskom stanju lebde.

Drugi način, a to je slučaj kada se telo nalazi i centru gravitacione sile treba posebno analizirati.

Zamislimo da je kroz centar Zemlje probijen tunnel koji izlazi na suprotnu stranu planete. Zamislimo takođe da u ovom tunelu nema vazduha, tj. da u njemu vlada vakuum. Pustimo sada našu ciglu sa jedne površine Zemlje, tj. sa jednog otvora tunela da slobodno pada u tunel.

Šta možemo očekivati od njenog daljeg kretanja? Da li će ona padati do centra gde će se zaustaviti, da li će proleteti kroz čitav tunnel i odleteti u svemir sa suprotne strane zemljine kugle?

Ni jedno ni drugo. U odsustvu otpora vazduha (zato je u tunelu vakuum), a izložena dejstvu gravitacione sile planete cigla će ubrzavati prema centru. Kroz centar ona će proći maksimalnom brzinom. Posle toga cigla će usporavati svoje kretanje istim onim tempom kojim je ubrzavala krećući se prema centru. Na kraju cigla će se zaustaviti na suprotnom otvoru tunela, a onda će ponovo sa druge strane pasti prema centru nastavivši da, beskonačno dugo, osciluje između dva otvora ovog tunela. Cigla se kreće na opisani način zato što na nju deluje samo gravitaciona sila koja je u obe polovine tunela usmerena prema centru planete.

Sada izmenimo uslove tako što u tunnel pustimo vazduh. Cigla se, zbog prisustva otpora vazduha, neće više kretati na prethodno opisan način. Otpor vazduha sve vreme deluje u smeru suprotnom od smera njenog kretanja, pa će zbog toga cigla oscilovati prigušeno – a to znači da će se njena putanja stalno skraćivati, dok se konačno cigla ne zaustavi u centru Zemlje.

Sada je konačno došlo do situacije koju treba analizirati.

Po uslovima postojanja  $E_p$  cigla u centru Zemlje nema  $E_p$  jer ne ispunjava treći uslov. I drugi metod dovodi do istog zaključka, jer cigla u centru Zemlje lebdi – dakle nema  $E_p$ , što je i trebalo dokazati.

Očigledno je da se ovo stanje bitno razlikuje od bestežinskog stanja u kome posmatrano telo takođe nema  $E_p$ . U ovom slučaju telo ne lebdi zbog odsustva gravitacionih sila, već lebdi zbog toga što ga sa svih strana gravitaciona sila gura prema svom centru. Na taj način se gravitaciona dejstva na telo međusobno poništavaju, što u skladu sa I i II Njutnovim zakonom omogućava da telo lebdi u centru Zemlje.

Zanimljivo pitanje (koje, istini za volju, baš i nema neke direktne veze sa našim razmatranjem potencijalne energije tela) je: šta je gore a šta dole u ovakvom tunelu koji bi prolazio kroz centar planete?

Za razliku od uobičajenih rupa koje imaju jasno definisano gore i dole, naš tunnel ima dva gore – na oba svoja otvora i jedno dole u centru tunela, tj. planete. Na taj način centar tunela predstavlja njegovo dno, što je vrlo korisno kao predstava kada se proučava Ajnštajnova Opšta teorija relativnosti. Istovremeno, ovakva predstava – da opisani tunnel ima dno u svom centru – objašnjava i zašto telo i bez oslonca ostaje da miruje (lebdi) kada se nađe u njegovom centru.

Obrazac za potencijalnu energiju tela, bez izvođenja, je:

$$E_p = -\gamma \frac{M \cdot m}{r}$$

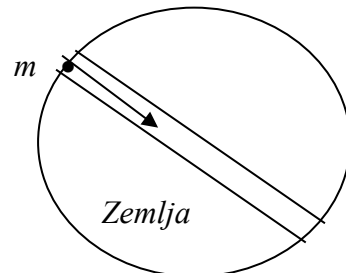
Potencijalna energija tela u gravitacionom polju je negativna, zato što je gravitaciona sila privlačna. Iz oblasti gravitacije znamo da je:

$$g = \gamma \frac{M}{r^2}$$

pa ako razlomak na desnoj strani izraza za potencijalnu energiju proširimo sa  $r$ , dobija se:

$$E_p = \gamma \frac{M \cdot m \cdot r}{r^2}$$

Znak (-) je izostavljen jer nas interesuje samo apsolutna vrednost potencijalne energije. Dalje je:



sl. 3.

$$E_p = m \cdot g \cdot r .$$

U dobijenom izrazu  $r$  je rastojanje od centra centralnog tela do centra tela čiju potencijalnu energiju određujemo. Ako se telo nalazi na visini  $h$  iznad površine Zemlje, a sa  $R$  obeležimo poluprečnik Zemlje tada se dobija:

$$E_p = m \cdot g \cdot (R + h) .$$

Ovo je obrazac za izračunavanje vrednosti potencijalne energije tela mase  $m$ , u zemljinom gravitacionom polju, na visini  $h$  iznad njene površine. U ovom slučaju obrazac pokazuje da je  $E_p = 0$ , ako je  $r = R + h = 0$ , tj. ako se telo nalazi u centru Zemlje, što se uostalom i očekuje na osnovu prethodnih analiza. Tada se skraćeno kaže da je centar Zemlje »nulti nivo« potencijalne energije.

Zanimljivo je da, zavisno od problema koji razmatramo, nulti nivo ne mora biti uvek u centru Zemlje. Najčešće biramo da nulti nivo  $E_p$  bude na površini Zemlje, ali može biti postavljen i negde drugde. Na osnovu ovoga se može reći da je sada  $r$  rastojanje od nultog nivoa  $E_p$  do tela čiju  $E_p$  određujemo. Ako je nulti nivo izabran na površini Zemlje tada je potencijalna energija tela, koje se nalazi na visini  $h$  iznad njene površine:

$$E_p = m \cdot g \cdot h ,$$

što je obrazac poznat iz osnovne škole.

U sledećem primeru ću pokazati da je za rešavanje određenih problema svejedno gde postavimo nulti nivo  $E_p$ , što nam omogućava da izaberemo njegov položaj tamo gde nam je to najjednostavnije.

Uzmimo da je potrebno izračunati promenu potencijalne energije datog tela mase  $m$ , koja se javlja zbog promene visine tela, tako što je telo prvo na visini  $h_1$ , a onda na visini  $h_2$  iznad zemljine površine.

Prvi način bi bio ako primenimo obrazac u kome je nulti nivo na površini Zemlje:

$$E_{p2} - E_{p1} = m \cdot g \cdot h_2 - m \cdot g \cdot h_1 = m \cdot g (h_2 - h_1)$$

Dakle ovaj pristup nam daje da je promena potencijalne energije:

$$\Delta E_p = m \cdot g \cdot \Delta h .$$

Drugi pristup bi bio da koristimo obrazac za potencijalnu energiju ovog tela kada je nulti nivo  $E_p$  u centru Zemlje:

$$E_{p2} - E_{p1} = m \cdot g \cdot (R + h_2) - m \cdot g \cdot (R + h_1) = m \cdot g \cdot R + m \cdot g \cdot h_2 - m \cdot g \cdot R - m \cdot g \cdot h_1$$

potiranjem istih članova suprotnog znaka dobijamo:

$$E_{p2} - E_{p1} = m \cdot g \cdot h_2 - m \cdot g \cdot h_1 = m \cdot g \cdot (h_2 - h_1) ,$$

tj.

$$\Delta E_p = m \cdot g \cdot \Delta h .$$

Upoređivanjem možemo videti da su oba pristupa dovela do istog rezultata. S obzirom da je prvi pristup mnogo jednostavniji, logično je da ćemo njega izabrati, a u njemu je nulti nivo  $E_p$  na površini Zemlje.

*Na kraju možemo razmotriti jedan neobičan problem: prvo se treba podsetiti da će se dečji balon napunjen toplim vazduhom podizati uvis kada ga pustimo, a ako je ispunjen hladnim vazduhom onda će padati ka tlu. Dakle mora da postoji neka temperatura vazduha, kojim je balon napunjen, pa da posle puštanja balon ostane da lebdi. Zamislimo upravo takav slučaj. Proverimo sada na oba načina da li ovakav balon ima potencijalnu energiju. Balon ispunjava sva tri uslova postojanja  $E_p$ , što znači da ima potencijalnu energiju. Sa druge strane balon je pušten ( iz ruku ) ali ne pada već ostaje da lebdi – što znači da nema  $E_p$ . Treba pronaći objašnjenje ovakvog neslaganja primenjenih metoda za proveru postojanja  $E_p$ .*

*Ako isključimo mogućnost da jedna od ove dve metode nije tačna, ostaje samo mogućnost da balonu posle puštanja ipak nisu uklonjeni svi oslonci. Pokušajmo sada da otkrijemo koji to oslonac balona nije uklonjen.*

*Ako ste pomislili da je oslonac mlaki vazduh koji se nalazi u balonu – pogrešili ste. To bi značilo da telo može biti samo sebi oslonac, što bi nas, recimo, dovelo do zaključka da baron Minhauzen nije slagao kada je tvrdio da je se spasio iz živog blata tako što je samog sebe izvukao napolje, vukući uvis svoj sopstveni perčin.*

Oslonac je vazduh koji se nalazi ispod balona. Okružen vakuumom ovaj balon bi pao bez obzira na temperaturu vazduha kojim je napunjen.

Postavlja se pitanje kako je moguće da nam je ovaj oslonac promakao. Da sam vam postavio isti problem tako što bih balon iz prethodnog primera zamenio telom koje je, recimo, privezano koncem za kuku na plafonu, a da ga još i ja držim u rukama, pa da ga ispustim iz ruku, situacija bi u najmanju ruku bila smešna jer bi svi odmah uočili da nisu uklonjeni svi oslonci. ( Sama činjenica da vam problem sa balonom u početku uopšte nije bio smešan, ukazuje da vam je njegov oslonac ipak promakao ).

Ovaj oslonac nam promiče zato što je taj oslonac vazduh, a mi vazduh ne osećamo ni jednim čulom koje posedujemo. Kako postoje dva načina na koji doživljavamo svet, a to su:

- opažajni – koji se zasniva na čulnim opažajima sveta koji nas okružuje i
- intelektualni – koji se zasniva na našim sveukupnim, pa i naučnim, saznanjima o tom istom svetu,

možemo zaključiti da smo na problem u početku reagovali na opažajnom nivou, na kome za nas vazduh uopšte ne postoji jer ga, kada miruje, ne možemo registrovati nijednim svojim čulom. Dakle, ne treba se čuditi što stari Grci dugo nisu znali za postojanje vazduha. Postojanje vazduha je otkrio i dokazao Empedokle u možda prvom izvedenom naučnom ekperimentu sa »klepsidrom«.

Tek kada smo počeli da razmišljamo i da vršimo analizu zadanog problema, tj. kada smo se sa opažajnog nivoa prebacili na intelektualni, stekli su se uslovi da »primetimo« vazduh ispod balona kao njegov neuklonjeni oslonac.

### Potencijal gravitacionog polja $\varphi$ ( J/kg )

**Potencijal gravitacionog polja u datoj tački je brojno jednak gravitacionoj potencijalnoj energiji koju ima jedinica mase ( 1 kg ) probnog tela unetog u tu tačku.**

Dakle, ako je u izabranu tačku polja uneto probno telo mase  $m = 3 \text{ kg}$  i ako izmerimo ( ili izračunamo ) da je njegova potencijalna energija u toj tački, recimo,  $E_p = 21 \text{ J}$ , tada je ako pogledamo u definiciju potencijala jasno da je potencijalna energija jednog kilograma  $7 \text{ J}$ , a to je ujedno i brojna vrednost traženog potencijala. Vrednost od  $7 \text{ J/kg}$  možemo izračunati iz datih početnih podataka tako što ukupnu potencijalnu energiju tela podelimo sa njegovom masom, pa je:

$$\varphi = \frac{E_p}{m}.$$

Kako znamo da je gravitaciona potencijalna energija tela:  $E_p = -\gamma \frac{M \cdot m}{r}$ , zamenom u

prethodni izraz dobijamo: 
$$\varphi = \frac{E_p}{m} = \frac{-\gamma \frac{M \cdot m}{r}}{m} = -\gamma \frac{M}{r}.$$

Dakle: 
$$\varphi = -\gamma \frac{M}{r}.$$

**Potencijal gravitacionog polja u datoj tački je direktno srazmeran masi centralnog tela, a obrnuto je srazmeran rastojanju od centra centralnog tela do te tačke.**

Prethodna definicija se odnosi na apsolutnu vrednost brojne vrednosti potencijala.

U fizici se koristi pojam ekvipotencijalnih površina. Samo ime kaže da je na takvoj površini potencijal svuda isti. **Ekvipotencijalna površina se definiše kao: geometrijsko mesto tačaka sa istim potencijalom.**

U slučaju gravitacionog polja ekvipotencijalna površina je sferna površina oko centralnog tela sa centrom u centru centralnog tela ( zbog načina na koji potencijal zavisi od rastojanja ).

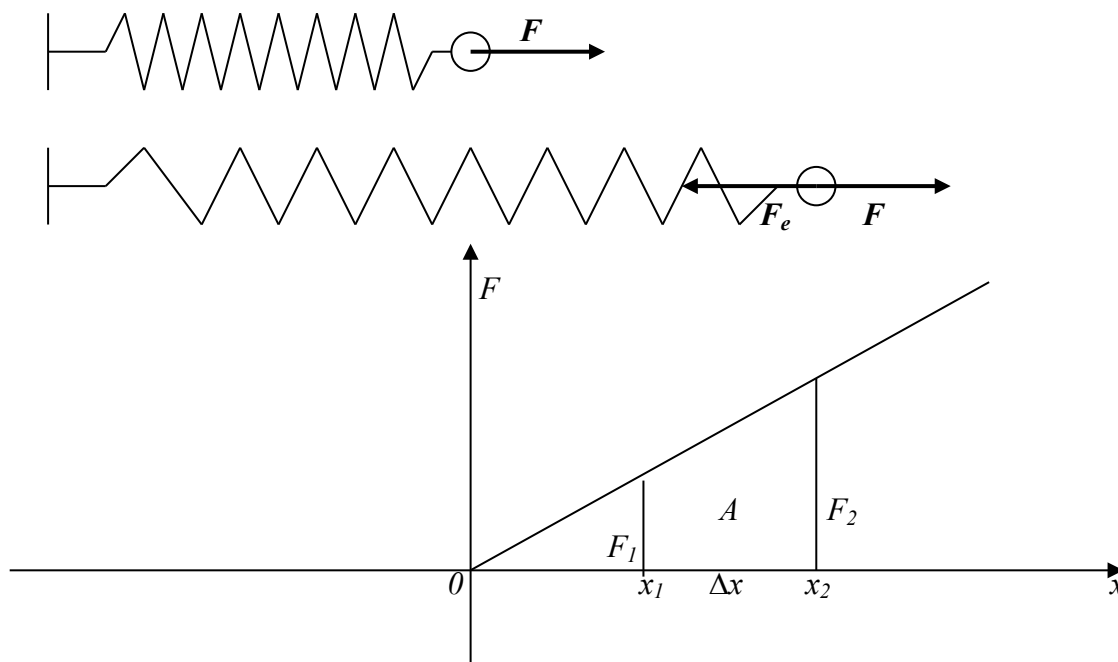
### Potencijalna energija tela izloženog dejstvu elastične sile

U ovoj lekciji ćemo videti da telo može imati potencijalnu energiju i ako je izloženo dejstvu jedne sile koja nije posredna, tj. koja nije ni privlačna ni odbojna. To je elastična sila koja se javlja u rastegnutoj ili sabijenoj opruzi. Ako se telo nalazi na kraju te opruge, ova elastična sila će na njega delovati vrlo slično nekoj posrednoj sili.

Recimo, ako je opruga sabijena, tada će elastična sila, pokušavajući da oprugu vrati u prvobitni oblik, gurati telo koje je pričvršćeno za njen vrh pokušavajući da ga udalji od tačke svog oslonca. Na

izvestan način ovakvo dejstvo podseća na dejstvo neke odbojne sile.

A ako je opruga istegnuta ona će, pokušavajući da se vrati u neistegnuto oblik, vući telo na svom vrhu ka tački svog oslonca, pri čemu njeno dejstvo podseća na dejstvo neke privlačne posredne sile.



sl. 4.

U slučaju prikazanom na sl. 4. opruga se u početku nalazi u svom ravnotežnom, tj. neistegnutom stanju. Tada na nju počne da deluje spoljašnja sila udesno i izazove njeno istezanje. Telo na vrhu opruge je tada pomeren za rastojanje  $x$  u odnosu na svoj ravnotežni položaj. Kako se opruga istezala, tako je narastala po jačini i elastična sila  $F_e$  kojom opruga pokušava da se vrati u prvobitno neistegnuto stanje. Merenjem se može ustanoviti da je elastična sila direktno srazmerna dužini istezanja:

$$F_e = -k \cdot x,$$

gde je  $k$  konstanta elastičnosti opruge, dok znak ( - ) u obrascu pokazuje da je sila elastičnosti uvek usmerena ka ravnotežnom položaju.

Pretpostavimo sada da je intenzitet spoljašnje sile, kojom se vrši istezanje opruge, takođe promenljiv i da je ona tako odabrana da sve vreme istezanja bude granično jednaka elastičnoj sili. Kako su one brojno jednake a suprotno usmerene, za spoljašnju silu važi isti obrazac, ali bez znaka ( - ):

$$F = k \cdot x.$$

Na grafiku je prikazano opisano istezanje opruge, pri čemu se vidi da je intenzitet upotrebljene spoljašnje sile linearno rastao sa povećanjem deformacije opruge.

U sledećem izvođenju posmatraćemo kretanje tela od položaja 1 do položaja 2. U položaju 1 sila je:  $F_1 = k x_1$ , a u položaju 2:  $F_2 = k x_2$ .

Rad koji je pritom izvršila promenljiva spoljašnja sila  $F$  je:

$$A = \bar{F} \cdot \Delta x.$$

Dakle, mora se uzeti srednja vrednost upotrebljene sile, a nju ćemo izračunati kao aritmetičku sredinu njene početne i krajnje jačine. Srednju vrednost upotrebljene sile izračunavamo pomoću aritmetičke sredine zato što ona linearno zavisi od rastojanja ( a ne, recimo, od kvadrata rastojanja – kada bi smo srednju vrednost sile morali da izračunamo pomoću geometrijske sredine njene početne i krajnje jačine ):

$$\bar{F} = \frac{F_1 + F_2}{2} = \frac{k \cdot x_1 + k \cdot x_2}{2}$$

Treba pritom voditi računa da je:

$$\Delta x = x_2 - x_1.$$

Sada je moguće odrediti rad koji je izvršila spoljašnja sila pri premeštanju tela iz položaja 1 u položaj 2:

$$A = \bar{F} \cdot \Delta x$$

$$A = \frac{k \cdot x_1 + k \cdot x_2}{2} \cdot (x_2 - x_1)$$

$$A = \frac{k \cdot x_1 \cdot x_2}{2} + \frac{k \cdot x_2^2}{2} - \frac{k \cdot x_1^2}{2} - \frac{k \cdot x_1 \cdot x_2}{2}$$

$$A = \frac{k \cdot x_2^2}{2} - \frac{k \cdot x_1^2}{2}$$

U lekciji energija i rad, imali smo definiciju rada: rad meri koliko energije pređe iz jednog oblika u drugi. U slučaju istezanja opruge rad koji vrši spoljašnja sila predstavlja pretvaranje nekog spoljašnjeg oblika energije ( recimo moje unutrašnje energije, ako sam ja rukom vukao oprugu ) u izvesnu vrstu energije same opruge. Ta stvorena energija je potencijalna energija opruge, tj. tela koje se nalazi na njenom kraju. Rad pri istezanju je brojno jednak i mojoj izgubljenoj unutrašnjoj energiji  $\Delta U$ , ali i dobijenoj potencijalnoj energiji opruge tj. tela na njenom kraju  $\Delta E_p$ , pa je:

$$A = E_{p2} - E_{p1}.$$

Upoređivanjem poslednja dva izraza dobija se:

$$E_{p2} = \frac{k \cdot x_2^2}{2} \quad \text{i} \quad E_{p1} = \frac{k \cdot x_1^2}{2}$$

Dakle, može se zaključiti da je u opštem slučaju tražena potencijalna energija:

$$E_p = \frac{k \cdot x^2}{2}.$$