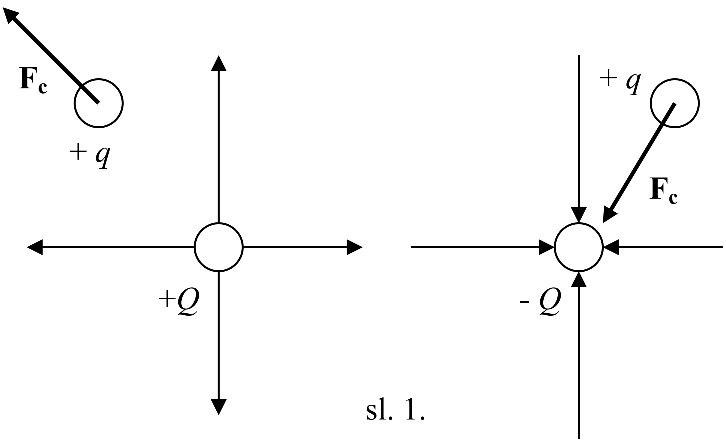
ELEKTROSTATIČKO POLJE

Uvod

Izvor elektrostatičkog polja je svako naelektrisano telo koje miruje. Na sl. 1. ono je prikazano, pri čemu je naelektrisanje centralnog tela obeleženo sa Q, a ono može biti i pozitivno i negativno. U oba slučaja polje je prikazano pomoću linija sile, čije je usmerenje u skladu sa delovanjem elektrostatičke – Kulonove sile. Kako se po dogovoru uvek uzima da je naelektrisanje probnog tela pozitivno ($+q$), linije sile izviru iz pozitivnog a ulaze u negativno centralno naelektrisanje. Dakle Kulonova sila može biti ili privlačna (+ i –) ili odbojna (+ i + ili – i –).



sl. 1.

Linije sile nisu realni objekti, već su uvedene po dogovoru. Važan deo tog dogovora je da jače polje prikazujemo gušćim linijama sile.

Jedinica za količinu elektriciteta, tj. za naelektrisanje je 1 C – 1 Kulon.

Kulonov zakon

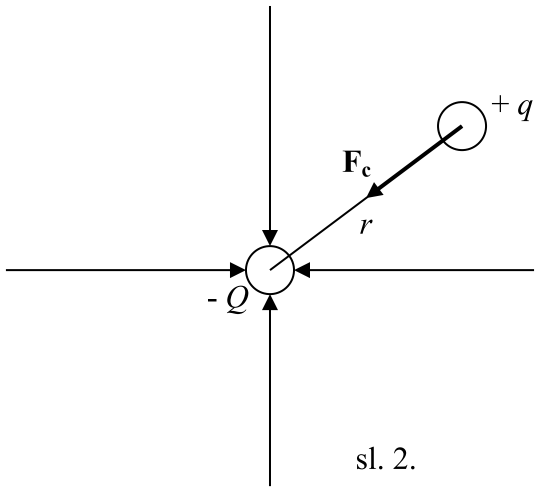
Kulonov zakon je obrazac za elektrostatičku silu koji je eksperimentalno utvrdio francuski fizičar Kulon (Coulomb):

$$F_c = k\frac{Q \cdot q}{r^2}$$

k – je elektrostatička konstanta čija vrednost zavisi od vrste sredine u kojoj se naelektrisanja Q i q nalaze. Za vakuum (a približno i za vazduh):

$$k = 9 \cdot 10^9 \,\frac{Nm^2}{C^2}.$$

Definicija Kulonovog zakona glasi: ***Kulonova sila je direktno srazmerna proizvodu naelektrisanja dva tela a obrnuto je srazmerna kvadratu rastojanja njihovih centara. Kulonova sila zavisi i od vrste sredine u kojoj se naelektrisanja nalaze preko vrednosti konstante*** k.



sl. 2.

Ponekad se konstanta k koristi i u sledećem obliku:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}$$

$\pi = 3{,}14$ je Ludolfov broj,

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\dfrac{C^2}{Nm^2}$ je apsolutna dielektrička (izolatorska) propustljivost vakuuma i ona je univerzalna konstanta,

ε_r - je relativna dielektrička propustljivost date sredine i njena vrednost zavisi od vrste sredine. Za vakuum, a približno i za vazduh njena vrednost je $\varepsilon_r = 1$. U materijalnoj sredini njena vrednost je veća od jedinice, što znači da je konstanta k tada manja, a to znači da je i Kulonova sila tada slabija. Npr. za vodu $\varepsilon_r \approx 80$, što znači da Kulonova sila deluje 80 puta slabije kroz vodu nego kroz vakuum.

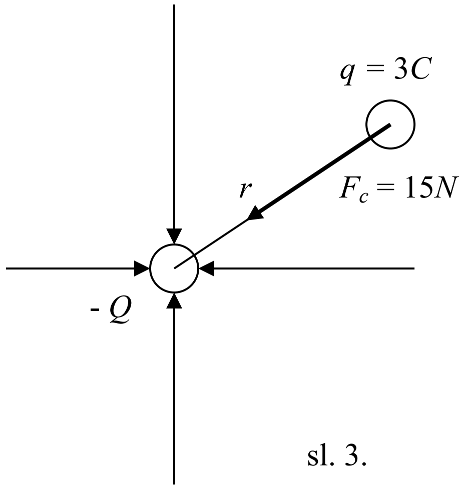
Kulonov zakon dakle može da ima i sledeći oblik:

$$F_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2}.$$

Jačina elektrostatičkog polja $\vec{E}\ \left(\frac{N}{C}\right)$

Jačina elektrostatičkog polja u datoj tački je brojno jednaka Kulonovoj sili koja deluje na jedinicu naelektrisanja (1 Kulon) unete u tu tačku.

Na sl. 3. imamo slučaj da je u tačku – u kojoj se traži jačina elektrostatičkog polja – uneto naelektrisanje od $q = 3C$ a da na njega deluje Kulonova sila od $F_c = 15N$. Ako na ovu situaciju primenimo početnu definiciju, a jasno je da na svaki Kulon unetog naelektrisanja deluje po 5 N Kulonove sile, dobija se da je jačina elektrostatičkog polja u toj tački E = 5 N/C.



sl. 3.

Dakle: $$E = \frac{F_c}{q}$$

tj. $$E = \frac{15N}{3C} = 5\frac{N}{C}.$$

Kako je Kulonova sila: $F_c = k\dfrac{Q \cdot q}{r^2}$ zamenom se dobija:

$$E = \frac{F_c}{q} = \frac{k\dfrac{Q \cdot q}{r^2}}{q} = k\frac{Q}{r^2}$$

Dakle: $$E = k\frac{Q}{r^2} \quad \text{tj.} \quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

Iz poslednjeg obrasca se vidi od čega zavisi jačina elektrostatičkog polja. Dakle: <u>jačina elektrostatičkog polja u datoj tački je direktno srazmerna naelektrisanju centralnog tela, a obrnuto je srazmerna kvadratu rastojanja od centra centralnog tela do te tačke. Jačina polja zavisi i od vrste sredine, u kojoj se polje nalazi, preko vrednosti konstante k.</u>

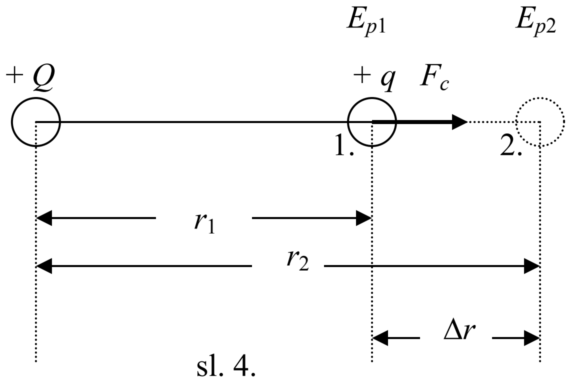
Potencijalna energija E_p (J)

Naelektrisano telo uneto u elektrostatičko polje (probno telo) ima potencijalnu energiju. Obrazac glasi:

$$E_p = k\frac{Q \cdot q}{r} \quad \text{tj.} \quad E_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q \cdot q}{r}.$$

Dakle, <u>potencijalna energija naelektrisanog tela unetog u elektrostatičko polje je direktno srazmerna proizvodu naelektrisanja centralnog i unetog tela, a obrnuto je srazmerna rastojanju njihovih centara. Potencijalna energija zavisi i od vrste sredine preko vrednosti konstante k.</u>

Obrazac za potencijalnu energiju je moguće izvesti pomoću slučaja prikazanog na sl. 4.



sl. 4.

Na sl. 4. i centralno i probno naelektrisanje su isto naelektrisana (+), pa je zato Kulonova sila između njih odbojna. U početku probno naelektrisanje je u tački 1. ali odbojna Kulonova sila ga premesti u tačku 2. Pritom Kulonova sila vrši rad A koji možemo odrediti na sledeća dva načina:

1. Rad se može odrediti kao rad Kulonove sile. Komplikacija je što sila nije sve vreme jednake jačine, zato što slabi sa kvadratom rastojanja. Zato moramo koristiti njenu srednju vrednost (F_c), ali geometrijsku sredinu njene početne i krajnje vrednosti i to baš zato što zavisi od kvadrata rastojanja:

$$F_c = \sqrt{F_{c1} \cdot F_{c2}} = \sqrt{k\frac{Q \cdot q}{r_1^2} \cdot k\frac{Q \cdot q}{r_2^2}} = \sqrt{k^2\frac{Q^2 \cdot q^2}{r_1^2 \cdot r_2^2}} = k\frac{Q \cdot q}{r_1 \cdot r_2}$$

kako je: $A = F_c \cdot \Delta r$ zato što je rad sile jednak proizvodu te sile i pređenog puta, zamenom se dobija:

$$A = F_c \cdot \Delta r = k\frac{Q \cdot q}{r_1 \cdot r_2} \cdot \Delta r$$

Pređeni put je jednak razlici rastojanja r_1 i r_2 : $\Delta r = r_2 - r_1$, pa se zamenom dobija:

$$A = k\frac{Q \cdot q}{r_1 \cdot r_2} \cdot (r_2 - r_1)$$

tj.
$$A = k\frac{Q \cdot q}{r_1} - k\frac{Q \cdot q}{r_2} \qquad (\ *\ )$$

2. Drugi način da odredimo rad koji je izvršen premeštanjem probnog naelektrisanja iz tačke 1. u tačku 2. je preko potrošene tj. dobijene energije. Treba se samo setiti definicije rada: ***rad meri koliko energije pređe iz jednog oblika u drugi.*** Rad je u stvari brojno jednak i potrošenoj energiji, kao i dobijenoj energiji. U slučaju na sl. 4. probno telo gubi potencijalnu energiju premeštanjem iz tačke 1. u tačku 2. To znači da je rad brojno jednak potrošenoj potencijalnoj energiji tj.

$$A = \Delta E_p$$

tj.
$$A = E_{p1} - E_{p2} \qquad (\ **\ )$$

Upoređivanjem obrazaca (*) i (**) jasno sledi:

$$E_{p1} = k\frac{Q \cdot q}{r_1} \quad \text{i} \quad E_{p2} = k\frac{Q \cdot q}{r_2}$$

a to znači da je uopšteno:
$$E_p = k\frac{Q \cdot q}{r}.$$

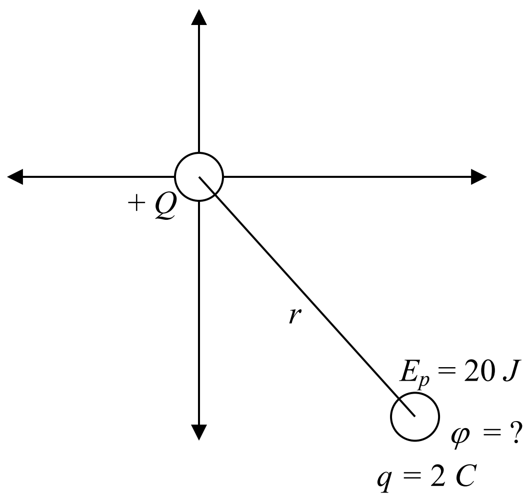
Potencijalna energija probnog naelektrisanja može biti i pozitivna i negativna. Kako su konstanta k i rastojanje r uvek pozitivni, ostaje da znak potencijalne energije određuje kombinacija naelektrisanja u centralnom i probnom telu. Suprotni znaci daju (-), a isti znaci daju (+). Dakle, ako je probno naelektrisanje izloženo dejstvu privlačne sile – njegova potencijalna energija je negativna, a ako je izloženo dejstvu odbojne sile – njegova potencijalna energija je pozitivna. Ista analiza važi i za Kulonovu silu, koja je negativna kada je privlačna, a pozitivna kada je odbojna. Odatle, recimo, sledi i znak međumelekularne sile zato što je njena priroda Kulonovska.

Potencijal elektrostatičkog polja φ (V – Volt)

Definicija glasi: ***potencijal elektrostatičkog polja u datoj tački je brojno jednak potencijalnoj energiji koju stekne jedinica naelektrisanja (1 kulon) koja je uneta u tu tačku.***

Na sl. 5. u tačku, čiji potencijal se traži, uneto je probno naelektrisanje od npr. $q = 2\ C$, a recimo da je izmereno da je njegova potencijalna energija tada $E_p = 20\ J$. Ako primenimo prethodnu definiciju, jasno je da je potencijal: $\varphi = 10\frac{J}{C} = 10V$. Kako se ova vrednost potencijala dobija deljenjem potencijalne energije probnog tela sa njegovim naelektrisanjem, sledi:

$$\varphi = \frac{E_p}{q}.$$



sl. 5.

Ako u poslednji obrazac zamenimo izraz za potencijalnu energiju:

$$E_p = k\frac{Q \cdot q}{r} \qquad \text{dobija se:}$$

$$\varphi = \frac{E_p}{q} = \frac{k\dfrac{Q \cdot q}{r}}{q} = k\frac{Q}{r}$$

Dakle: $$\varphi = k\frac{Q}{r} \qquad \text{ili} \qquad \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q}{r}$$

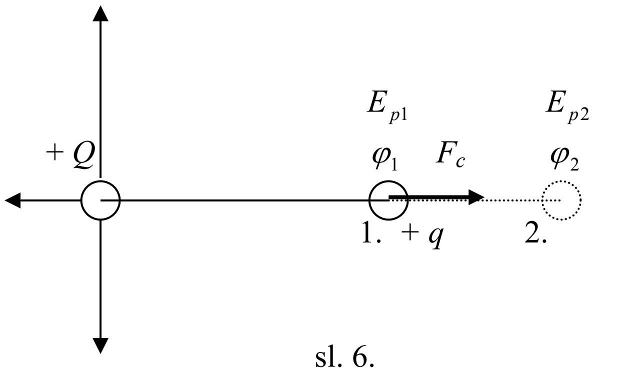
Ovaj obrazac određuje od čega zavisi potencijal: potencijal elektrostatičkog polja u datoj tački je direktno srazmeran naelektrisanju centralnog tela, a obrnuto je srazmeran rastojanju od centra centralnog tela do te tačke. Potencijal zavisi i od vrste sredine preko vrednosti konstante k.

Rad i napon u elektrostatičkom polju

Na sl. 6. prikazan je slučaj kada se probno naelektrisanje nađe u tački 1. elektrostatičkog polja - izazvanog pozitivnim centralnim naelektrisanjem.

Dejstvo odbojne Kulonove sile premesti probno naelektrisanje iz tačke 1. u tačku 2. Pritom je Kulonova sila izvršila rad A koji se može smatrati jednakim i potrošenoj potencijalnoj energiji ΔE_p, kao i pritom dobijenoj kinetičkoj energiji probnog tela. Dakle:

$$A = \Delta E_p = E_{p1} - E_{p2}.$$



sl. 6.

Kako je potencijal polja u datoj tački: $\varphi = \dfrac{E_p}{q}$, sledi da je potencijalna energija probnog tela: $E_p = q \cdot \varphi$, što znači da je: $E_{p1} = q \cdot \varphi_1$, a isto tako: $E_{p2} = q \cdot \varphi_2$. Zamenom u izraz za rad dobija se:

$$A = E_{p1} - E_{p2} = q \cdot \varphi_1 - q \cdot \varphi_2 = q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Sada treba uzeti u obzir da se napon između dve tačke elektrostatičkog polja izračunava kao razlika potencijala te dve tačke, tj. $U = \varphi_1 - \varphi_2$. Kako nema smisla govoriti o negativnom naponu, uvek se od većeg oduzima manji potencijal – kao i u ovom slučaju. Zamenom u izraz za rad dobija se:

$$A = q \cdot U \qquad \text{tj.} \qquad U = \frac{A}{q}.$$

Poslednji obrazac daje mogućnost za sledeću definiciju napona: ***napon između dve tačke elektrostatičkog polja je brojno jednak radu koji treba izvršiti da bi se jedinica naelektrisanja (1 kulon) premestila iz te jedne tačke u drugu.***

Fluks elektrostatičkog polja $\Phi \ (\dfrac{Nm^2}{C})$

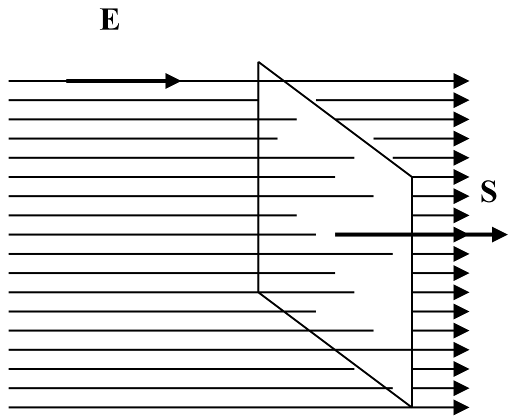
Fluks elektrostatičkog polja kroz zadatu površinu je jednak broju prodora linija sile kroz tu površinu.

Na drugi način: ***fluks elektrostatičkog polja kroz datu površinu je jednak skalarnom proizvodu vektora jačine tog polja i vektora te površine:***

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{S}$$

tj. $$\Phi = E \cdot S \cdot \cos\alpha$$

gde je $\alpha = \angle(\vec{E}, \vec{S})$, to je ugao koji grade vektor jačine polja i vektor površine. Vektor površine uvek ima pravac normalan na tu površinu. Na sl. 7. prebrojavanjem broja prodora linija kroz zadatu površinu može se ustanoviti da je brojna vrednost fluksa 12.



sl. 7.

Na osnovu obrasca može se zaključiti da fluks zavisi od tri faktora:

- fluks je direktno srazmeran jačini elektrostatičkog polja, pritom treba imati u vidu da jače elektrostatičko polje, po dogovoru, prikazujemo gušćim linijama sile – pa će zato broj prodora kroz datu površinu tada biti povećan,
- fluks je direktno srazmeran veličini zadate površine – normalno je da će povećana površina zahvatiti povećan broj linija sile i
- fluks zavisi od ugla na složeni kosinusni način: kada je ugao $\alpha = 0^o$, to znači da su linije sile normalne na zadatu površinu, pa je tada i fluks maksimalan, a ako površinu okrenemo za 90°, tada je ugao između linija sile i površine 0° tj. tada su linije sile paralelne sa datom površinom pa ne mogu imati prodore kroz nju – zato je tada fluks minimalan tj. jednak nuli.

Kao primer za fluks elektrostatičkog polja razmotrićemo fluks polja tačkastog centralnog naelektrisanja kroz sfernu površinu u čijem centru se i nalazi pomenuto centralno naelektrisanje Q što je i prikazano na sl. 8. U ovom slučaju:

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{S} = E \cdot S \cdot \cos\alpha$$

$$\alpha = 0^o \Rightarrow \cos\alpha = 1,$$

$$S = 4\pi \cdot r^2$$

i
$$E = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \frac{Q}{r^2}.$$

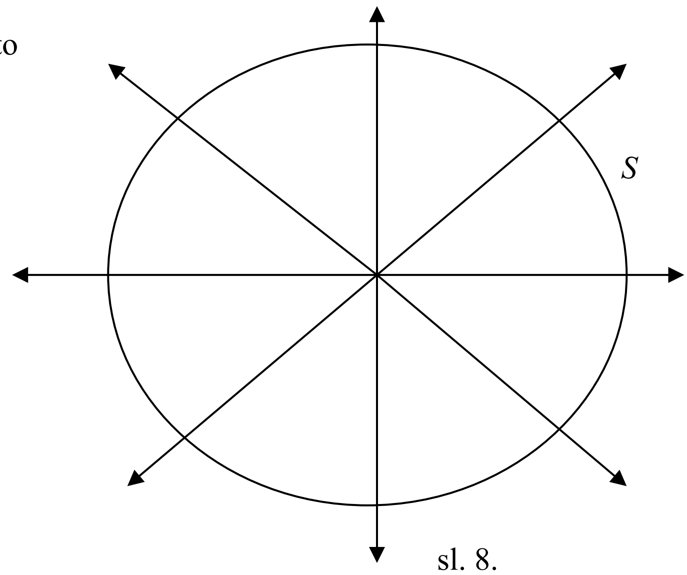
Zamenom se dobija:

$$\Phi = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot 4\pi \cdot r^2$$

tj.
$$\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}.$$

Ako je u sferi vakuum tj. $\varepsilon_r = 1$ sledi:

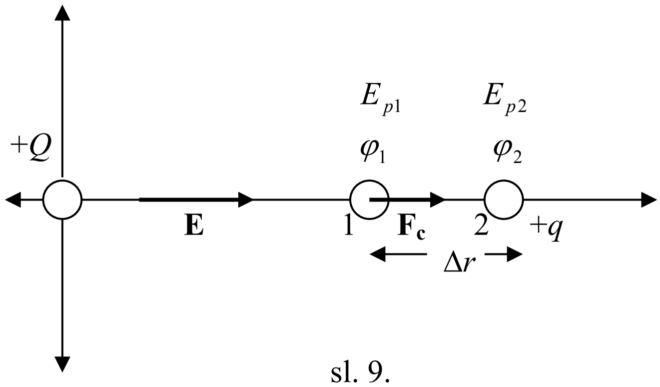
$$\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0}.$$



sl. 8.

Veza jačine polja i potencijala

Primer iz koga ćemo izvesti vezu ove dve veličine je prikazan na sl. 9. Na početku u elektrostatičkom polju pozitivnog centralnog naelektrisanja se nalazi pozitivno probno naelektrisanje u tački 1 a onda ga odbojna Kulonova sila premesti u tačku 2. Uzećemo da je rastojanje između tačaka 1 i 2 jako malo, pa da je zato jačina polja $E = const.$ tj. da je jačina polja ista u obe tačke, da je i jačina Kulonove sile ista duž ovog rastojanja, ali da se istovremeno potencijal a i potencijalna energija u te dve tačke razlikuju.



sl. 9.

Rad koji je izvršila Kulonova sila se može odrediti na sledeća dva načina:

1. kao rad sile: $A = F_c \cdot \Delta r$. Kako je jačina elektrostatičkog polja: $E = \dfrac{F_c}{q} \Rightarrow F_c = q \cdot E$.

Zamenom se dobija: $A = q \cdot E \cdot \Delta r$ (*)

2. kao rad koji je brojno jednak potrošenoj potencijalnoj (kao i dobijenoj kinetičkoj) energiji probnog tela: $A = \Delta E_p = E_{p1} - E_{p2}$. Kako je: $\varphi = \dfrac{E_p}{q} \Rightarrow E_p = q \cdot \varphi$

tj. $E_{p1} = q \cdot \varphi_1$ i $E_{p2} = q \cdot \varphi_2$, zamenom se dobija:

$$A = q \cdot \varphi_1 - q \cdot \varphi_2 = -q \cdot (\varphi_2 - \varphi_1)$$

tj.

$$A = -q \cdot \Delta\varphi \qquad (\,**\,).$$

Izjednačavanjem desnih strana izvedenih izraza za rad (*) i (**) dobija se:

$$q \cdot E \cdot \Delta r = -q \cdot \Delta\varphi$$

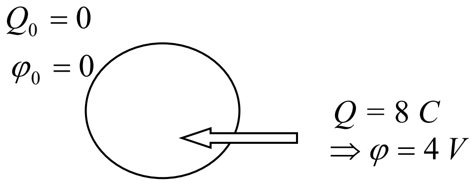
a posle kraćenja sa q dobija se:

$$E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta r} = -grad\varphi \,.$$

U fizici promena potencijala po jedinici rastojanja se naziva gradijent potencijala, pa je zato: ***jačina elektrostatičkog polja brojno jednaka negativnom gradijentu potencijala.***

Električni kapacitet tela C (F – Farad)

Po definiciji: ***električni kapacitet datog tela je brojno jednak onoj količini elektriciteta koju treba dovesti tom telu da bi se njegov potencijal povećao za jedinicu tj. za jedan Volt.*** Takvo telo je na sl. 10. i ako je kao u tom primeru njegovo početno naelektrisanje jednako nuli, a samim tim i njegov početni potencijal jednak nuli, pa mu je dovedena količina elektriciteta $Q = 8\ C$, a pritom se njegov potencijal povećao na $\varphi = 4\ V$, tada je jasno da je za porast potencijala za 1 Volt, tom telu potrebno samo 2 Kulona naelektrisanja. Kako se ova vrednost dobija deljenjem $8\ C$ sa $4\ V$,



sl. 10.

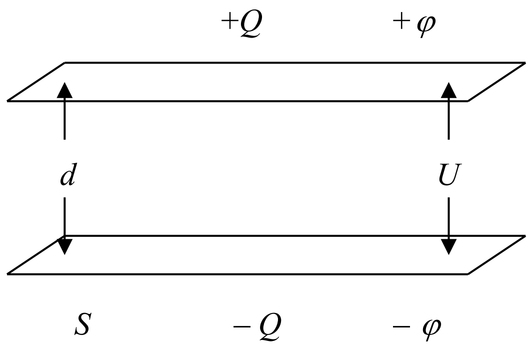
dobija se: $\qquad C = \dfrac{Q}{\varphi}\,.$

Električni kapacitet tela zavisi, pre svega, od veličine samog tela.

Jedinica od 1 Farada označava ogroman kapacitet – da bi telo imalo kapacitet od 1 Farada trebalo bi da bude 1400 puta veće od Zemlje. Zemljin kapacitet inače iznosi oko $700\,\mu F$. Zato se u praksi koriste mnogo manje jedinice kao što je pikofarad: $1pF = 10^{-12}F$.

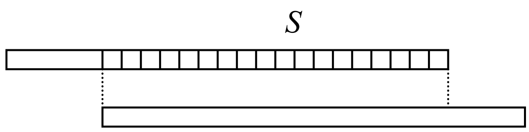
Električni kapacitet pločastog kondenzatora

Pločasti kondenzator je prikazan na sl. 11. Sastoji se od dve paralelne metalne ploče, koje se nalaze na rastojanju d. U prostoru između ploča je izvesna materijalna sredina, a može biti i vakuum. I jedna i druga ploča su naelektrisane istom količinom elektriciteta Q, samo što je jedna pozitivna a druga negativna. Ploče se, dakle, nalaze na pozitivnom i negatinom potencijalu: $\varphi_1 = +\varphi$ i $\varphi_2 = -\varphi$, pa između ploča vlada napon: $U = \varphi_1 - \varphi_2 = 2\varphi$.



sl. 11.

Sa S je obeležena »aktivna površina«, a ona je jednaka onoj površine jedne od ploča koja je »pokrivena« drugom pločom. Na sl. 11. aktivna površina je jednaka površini cele jedne ploče. Na sl. 12. osenčen je onaj deo površine jedne ploče koji je jednak aktivnoj površini.



sl. 12.

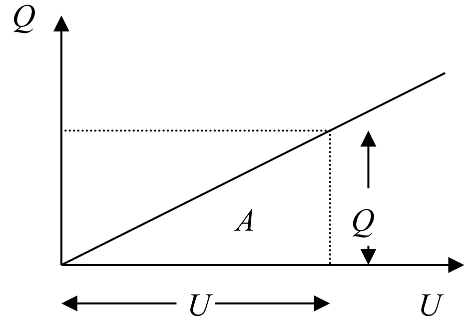
Postoje dva obrasca za kapacitet pločastog kondenzatora:

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{S}{d} \qquad \text{i} \qquad C = \frac{Q}{U}\,.$$

Drugi obrazac čitamo: ***električni kapacitet pločastog kondenzatora brojno je jednak onoj količini elektriciteta koju treba dovesti i jednoj i drugoj ploči da bi se napon između njih povećao za 1 Volt.***

Energija elektrostatičkog polja $E_e\ (J)$

Obrazac za energiju elektrostatičkog polja unutar pločastog kondenzatora, se izvodi pod pretpostavkom da je početno naelektrisanje ploča $Q_0 = 0$, pa da se dovođenjem naelektrisanja Q na obe ploče (na jednu $+Q$, a na drugu $-Q$) napon između ploča poveća sa početne vrednosti $U_0 = 0$ na vrednost U. Tada se ovaj događaj može prikazati grafikom na sl. 13. a to je zavisnost: $Q = C \cdot U$. Rad A koji je pritom izvršen predstavlja površinu ispod grafika. To je površina pravouglog trogla pa je zato:



sl. 13.

$$A = \frac{1}{2} Q \cdot U,$$

a kako je: $Q = C \cdot U$, postoje i sledeće verzije prethodnog obrasca za rad:

$$A = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} C \cdot U^2 = \frac{Q^2}{2C}.$$

Rad koji je izvršen pri punjenju kondenzatora može se izjednačiti i sa pritom potrošenom, ali i sa dobijenom energijom. Ova dobijena energija je energija elektrostatičkog polja koja je nastala pri pomenutom punjenju kondenzatora. Dakle, rad je jednak ovoj energiji elektrostatičkog polja. Zato je:

$$E_e = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} C \cdot U^2 = \frac{Q^2}{2C}.$$

Za predstojeće izvođenje važan je srednji od tri prethodna izraza:

$$E_e = \frac{1}{2} C \cdot U^2$$

u koji treba zameniti: $C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{S}{d}$ i $U = E \cdot d$. Ovaj poslednji obrazac za jačinu elektrostatičkog polja u kondenzatoru predstavlja »vezu jačine polja i potencijala« primenjenu na pločasti kondenzator: $E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta r} = \frac{U}{d} \Rightarrow U = E \cdot d$. Dakle:

$$E_e = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{S}{d} \cdot E^2 \cdot d^2,$$

tj.

$$E_e = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot S \cdot d \cdot E^2,$$

kako je: $S \cdot d = V$ - a to je aktivna zapremina u kondenzatoru, konačno se dobija:

$$E_e = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot V \cdot E^2.$$

Pokazuje se da je ovde važna veličina »zapreminska gustina energije elektrostatičkog polja« - W_e. Ona je brojno jednaka energiji u jedinici zapremine, pa se definiše kao:

$$W_e = \frac{E_e}{V} = \frac{\frac{1}{2} \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot V \cdot E^2}{V}$$

pa je:

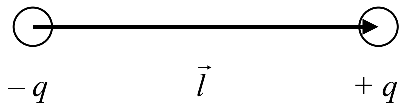
$$W_e = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot E^2.$$

Izvedeni izraz za gustinu energije se može primeniti na bilo koje homogeno (stalno po jačini) elektrostatičko polje, jer bez obzira što je izvođenje započelo za kondenzator, može se primetiti da su u toku izvođenja »otpale« sve veličine koje su karakteristične za taj kondenzator.

Električni dipol

Električni dipol čine dva jednaka naelektrisanja obično suprotnog znaka, koja se nalaze na rastojanju l sl. 14. Glavna veličina koja karakteriše električni dipol je »električni moment dipola«

$$\vec{p}_e = q \cdot \vec{l} \, .$$



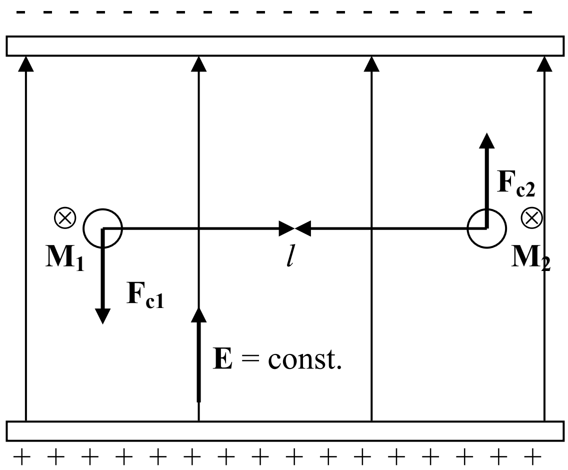
sl. 14.

Rastojanje l se ovde uzima kao vektor koji je po dogovoru obično usmeren od negativnog ka pozitivnom naelektrisanju.

Ako se dipol nadje u spoljašnjem homogenom električnom polju jačine $\vec{E} = const.$ na njegova naelektrisanja tada deluju dve Kulonove sile $\vec{F}_{c1} = -\vec{F}_{c2}$, što znači da su iste jačine i pravca a suprotnog smera. Iste jačine jer su oba naelektrisanja dipola jednaka, a nalaze se u homogenom elektrostatičkom polju. Suprotan smer je posledica suprotnih naelektrisanja polova dipola. Od ovih Kulonovih sila potiču dva momenta sile:

$$\vec{M}_1 = \frac{\vec{l}}{2} \times \vec{F}_{c1} \qquad \text{i} \qquad \vec{M}_2 = \frac{\vec{l}}{2} \times \vec{F}_{c2} \, .$$

Na osnovu pravila desne ruke može se odrediti da je smer oba ova momenta sile isti – u sliku, zbog čega se ova dva momenta sabiraju u ukupni moment sile tj. tzv. moment sprega:



sl. 15.

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2$$

i ovaj moment sprega pokušava da obrne dipol u smeru suprotnom od smera kretanja kazaljki na satu i da ga dovede u položaj da je l dipola paralelno sa linijama sile magnetnog polja.

Kako su momenti sila koji čine moment sprega istog smera, prethodni obrazac važi i u skalarnom obliku:

$$M = M_1 + M_2$$

$$M_1 = \frac{l}{2} \cdot F_{c1} \cdot \sin 90^o = \frac{l}{2} \cdot F_c \qquad \text{i} \qquad M_2 = \frac{l}{2} \cdot F_{c2} \cdot \sin 90^o = \frac{l}{2} \cdot F_c$$

$$M = \frac{l}{2} \cdot F_c + \frac{l}{2} \cdot F_c$$

$$M = l \cdot F_c$$

kako je jačina polja: $E = \dfrac{F_c}{q} \quad \Rightarrow \quad F_c = q \cdot E$, pa se zamenom dobija:

$$M = l \cdot q \cdot E$$

kako je: $q \cdot l = p_e$, a to je električni moment dipola, sledi:

$$M = p_e \cdot E \, .$$

U opštem slučaju kada ugao nije 90° dobija se:

$$M = p_e \cdot E \cdot \sin \alpha$$

gde je: $\alpha = \angle\left(\vec{p}_e, \vec{E}\right)$. U vektorskom obliku:

$$\vec{M} = \vec{p}_e \times \vec{E} \, .$$

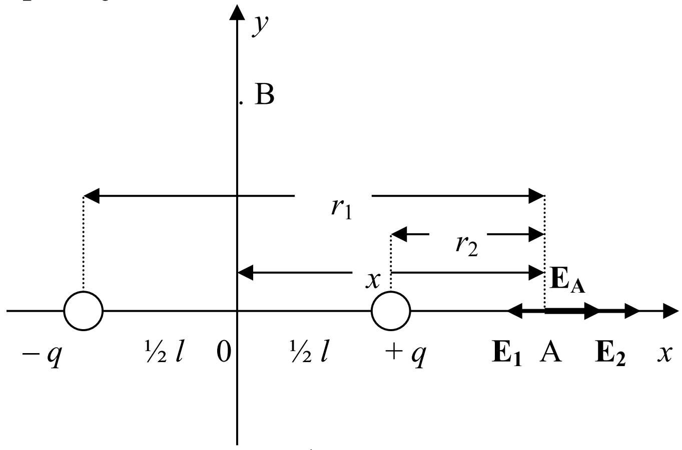
Kao što je već rečeno, ovaj moment sprega pokušava da okrene dipol tako da njegova dužina l bude u smeru spoljašnjeg električnog polja, što će biti važno za razumevanje ponašanja dielektrika unetog u električno polje.

Određivanje jačine polja dipola u Gausovim pozicijama

Na sl. 16. prikazan je dipol čija je dužina l poklopljena sa x – osom, dok je simetrala dipola poklopljena sa y – osom. Gausovim pozicijama se nazivaju sve tačke na x i y – osi. Potreba za ovakvim određivanjem se često javlja u zadacima.

Prvo ćemo odrediti jačinu polja u tački koja se nalazi na x – osi, to je tzv. A – Gausova pozicija.

Treba uočiti da se koordinatni početak nalazi na sredini rastojanja l i da je rastojanje od koordinatnog početka do tačke A označeno sa x.



sl. 16.

U tački A deluju polja i jednog i drugog naelektrisanja, koja čine dipol. Vektori jačine ova dva polja imaju suprotan smer – zato što su naelektrisanja koja čine dipol naelektrisana suprotnom vrstom elektriciteta. Pritom je jačina polja E_1, koje je izazvano negativnim naelektrisanjem dipola, slabije od jačine polja E_2 koje je izazvano pozitivnim naelektrisanjem – zato što je na slici izabrano da pozitivno naelektrisanje bude bliže tački A. Ukupna jačina polja u tački A je zato jednaka razlici jačina ova dva polja, a ima isti smer sa poljem pozitivnog naelektrisanja E_2:

$$E_A = E_2 - E_1$$

$$E_A = k\frac{q}{r_2} - k\frac{q}{r_1}$$

$$E_A = \frac{k \cdot q}{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{k \cdot q}{\left(x + \frac{l}{2}\right)^2}$$

$$E_A = \frac{k \cdot q \cdot \left(x + \frac{l}{2}\right)^2 - k \cdot q \cdot \left(x - \frac{l}{2}\right)^2}{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2 \cdot \left(x + \frac{l}{2}\right)^2}$$

$$E_A = \frac{k \cdot q \cdot \left(x^2 + xl + \frac{l^2}{4} - \left(x^2 - xl + \frac{l^2}{4}\right)\right)}{\left(\left(x - \frac{l}{2}\right) \cdot \left(x + \frac{l}{2}\right)\right)^2}$$

$$E_A = \frac{k \cdot q \cdot \left(x^2 + xl + \frac{l^2}{4} - x^2 + xl - \frac{l^2}{4}\right)}{\left(x^2 - \frac{l^2}{4}\right)^2}$$

ako se uzme da je tačka A jako daleko od dipola, tada se može smatrati da je: $\frac{l^2}{4} \langle\langle x^2$, pa se $\frac{l^2}{4}$ u imeniocu prethodnog razlomka može zanemariti u odnosu na x^2. Sledi:

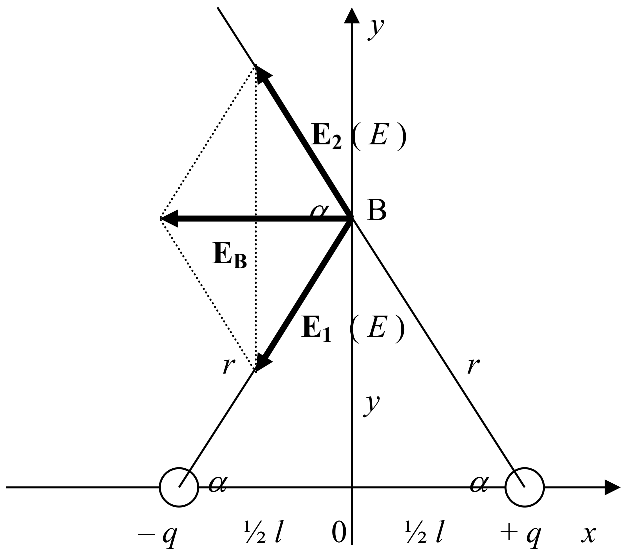
$$E_A = \frac{2k \cdot q \cdot x \cdot l}{x^4} = \frac{2k \cdot q \cdot l}{x^3}$$

$$E_A = k\frac{2 \cdot p_e}{x^3}.$$

Na sl. 17. prikazana je B pozicija, a to je tačka na y – osi. Kako se tačka B nalazi na simetrali dužine dipola l, posledica je da su oba naelektrisanja dipola na istom rastojanju od tačke B, a to dalje ima za posledicu da i jedno i drugo naelektrisanje dipola izazivaju jednake jačine polja u tački B, dakle: $E_1 = E_2 = E$, ali pravac i smer ova dva vektora nisu isti, već oba ova vektora leže duž rastojanja r, s tim što je vektor jačine polja negativnog naelektrisanja usmeren ka tom naelektrisanju, dok je vektor jačine polja pozitivnog naelektrisanja usmeren od njega.

Vektor ukupne jačine električnog polja u tački B se dobija kao vektorski zbir vektora $\vec{E}_1$ i $\vec{E}_2$:

$$\vec{E}_B = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 .$$



sl. 17.

Paralelogram nastao njihovim sabiranjem je romb, a za dijagonale romba znamo da se polove pod pravim uglom. Izvođenje počinjemo sa: $\cos\alpha = \dfrac{\frac{E_B}{2}}{E} = \dfrac{E_B}{2E}$ i sa: $\cos\alpha = \dfrac{\frac{l}{2}}{r} = \dfrac{l}{2r}$.

Iz prve relacije sledi:

$$E_B = 2E \cdot \cos\alpha$$

a kako je: $E = k\dfrac{q}{r^2}$ i $\cos\alpha = \dfrac{l}{2r}$ zamenom se dobija:

$$E_B = 2k\frac{q}{r^2}\cdot\frac{l}{2r}$$

$$E_B = k\frac{q \cdot l}{r^3}$$

Iz pravouglog trougla, čije su katete $\dfrac{l}{2}$ i y, a hipotenuza je r, na osnovu Pitagorine teoreme sledi:

$$r^2 = y^2 + \frac{l^2}{4} .$$

Ako je tačka B jako udaljena od koordinatnog početka, tada se $\dfrac{l^2}{4}$ može zanemariti u odnosu na y^2, pa prethodna relacija glasi:

$$r^2 \approx y^2$$

a to znači da je i:

$$r^3 \approx y^3 .$$

Zamenom u izraz za jačinu polja dobija se:

$$E_B = k\frac{q \cdot l}{y^3}$$

tj.

$$E_B = k\frac{p_e}{y^3} .$$

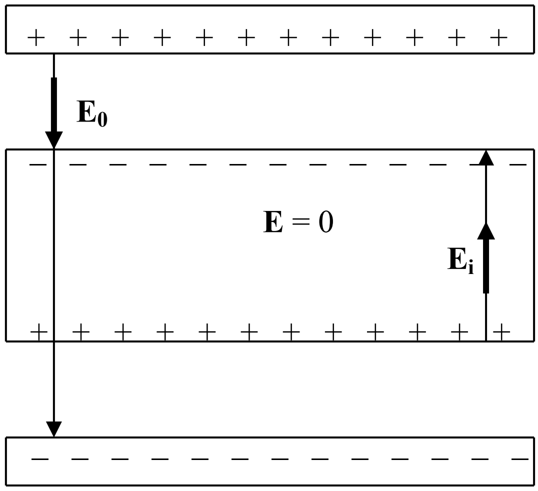
Provodnik u elektrostatičkom polju

Na sl. 18. prikazan je provodnik (komad metala) u homogenom električnom polju jačine E_0 između dve suprotno naelektrisane ploče. Slobodni elektroni u metalu se zbog Kulonovih sila premeste na onaj kraj provodnika koji je bliži pozitivnoj ploči, a na suprotnom kraju metala se javi višak pozitivnog naelektrisanja u vidu pozitivnih jona koji se nalaze u čvorovima kristalne rešetke metala, a čija + naelektrisanja nisu više kompenzovana prisustvom slobodnih elektrona. Ovaj raspored naelektrisanja u metalu izaziva unutrašnje indukovano električno polje jačine E_i, a ova jačina je uvek jednaka jačini spoljašnjeg polja:

$$E_i = E_0$$

zbog čega je rezultujuće električno polje u metalu uvek jednako nuli:

$$E = E_0 - E_i = 0 .$$



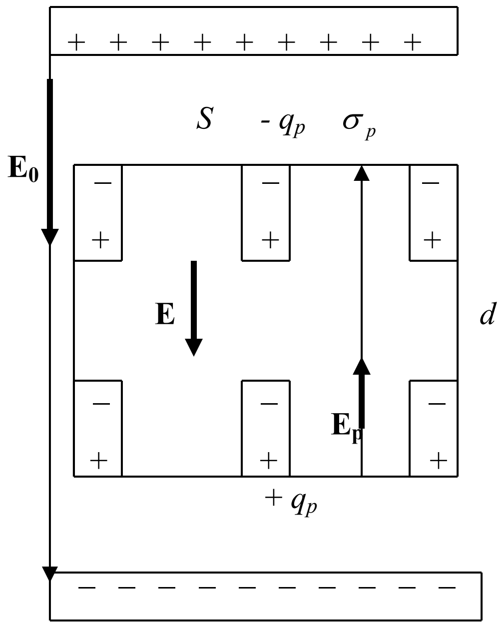
sl. 18.

Zaključak je da je ukupno rezultujuće polje u provodniku uvek jednako nuli, a da se elektricitet, indukovan spoljašnjim poljem, uvek raspoređuje po njegovoj površini.

Dielektrik u elektrostatičkom polju

Na sl. 19. prikazan je dielektrik (izolator) u homogenom spoljašnjem elektrostatičkom polju jačine E_0, kao i na sl. 18. između dve suprotno naelektrisane ploče. U dielektriku nema slobodnih elektrona u međuatomskom prostoru, tj. molekuli dielektrika su neutralni. Međutim, pod dejstvom spoljašnjeg električnog polja, dolazi do <u>polarizacije</u> molekula dielektrika, tj. do prostornog izobličenja molekula tako da se + jezgro pomera ka onom kraju molekula koji je bliži negativnoj ploči, dok se elektronski oblak u molekulu koncentriše ka onom kraju molekula koji je bliži pozitivnoj ploči. Zbog toga se molekuli dielektrika ponašaju kao dipoli. Spoljašnje polje pokušava da ih okrene u smeru svojih linija sile (momentom sprega Kulonovih sila), a oni to ometaju svojim termičkim kretanjem.

U kom će stepenu dielektrik biti polarizovan određuje vektor polarizacije $\vec{P}$, a njegova veličina zavisi od jačine spoljašnjeg polja E_0:



sl. 19.

$$P = \alpha \cdot E_0 .$$

α - je koeficijent polarizacije.

Dejstva naelektrisnih krajeva molekula u unutrašnjosti dielektrika se međusobno poništavaju jer su okrenuti suprotno naelektrisanim krajevima jedan prema drugom. Tako ostaju nekompenzovana samo naelektrisanja na obe površine dielektrika, pa se zbog toga ceo dielektrik ponaša kao električni dipol, a u njemu se javlja i unutrašnje električno polje (nastalo zbog polarizacije) jačine $E_p < E_0$. Na taj način ukupno rezultujuće polje jačine E u dielektriku je slabije od spoljašnjeg, ali ima isti smer sa njim. Jačina rezultujućeg polja je:

$$E = E_0 - E_p .$$

Na sl. 19. je sa S obeležena površina dielektrika koja je okrenuta ka pločama kondenzatora, a to su ujedno i one dve površine dielektrika koje su naelektrisane polarizovanim elektricitetom površinskih molekula ($-q_p$ i $+q_p$). Rastojanje od jedne do druge površine, tj. debljina dielektrika je obeležena sa d a ono ima ulogu rastojanja l, ako dielektrik posmatramo kao električni dipol. Sa σ_p je obeležena površinska gustina naelektrisanja:

$$\sigma_p = \frac{q_p}{S}.$$

Zapremina dielektrika je obeležena sa V i:

$$V = S \cdot d$$

Električni dipolni moment celog dielektrika je obeležen sa p_e i jednak je:

$$p_e = q_p \cdot d.$$

Brojna vrednost vektora polarizacije P ima sledeći fizički smisao: brojno je jednak električnom dipolnom momentu dielektrika po jedinici njegove zapremine:

$$P = \frac{p_e}{V}$$

S obzirom na prethodne tri relacije dobijamo:

$$P = \frac{p_e}{V} = \frac{q_p \cdot d}{S \cdot d} = \frac{q_p}{S} = \sigma_p.$$

Zaključak je da je brojna vrednost vektora polarizacije jednaka površinskoj gustini naelektrisanja tog dielektrika.