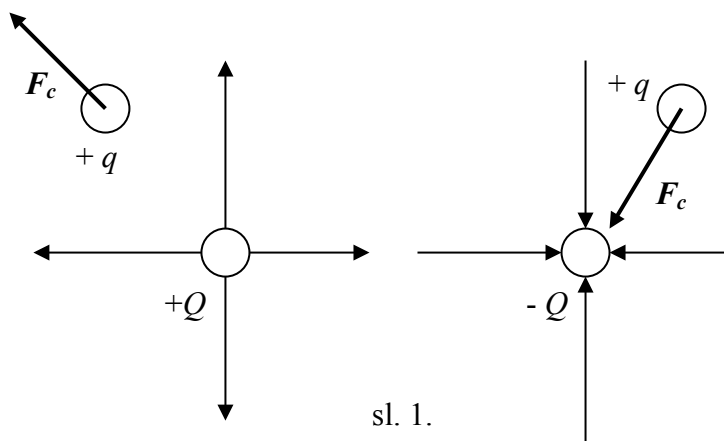


ELEKTROSTATIČKO POLJE

Uvod

Izvor elektrostatičkog polja je svako naelektrisano telo koje miruje. Na sl. 1. ono je prikazano, pri čemu je naelektrisanje centralnog tela obeleženo sa Q , a ono može biti i pozitivno i negativno. U oba slučaja polje je prikazano pomoću linija sile, čije je usmerenje u skladu sa delovanjem elektrostatičke – Kulonove sile. Kako se po dogovoru uvek uzima da je naelektrisanje probnog tela pozitivno ($+q$), linije sile izviru iz pozitivnog a ulaze u negativno centralno naelektrisanje. Dakle Kulonova sila može biti ili privlačna ($+i-$) ili odbojna ($+i+$ ili $-i-$).



sl. 1.

Linije sile nisu realni objekti, već su uvedene po dogovoru. Važan deo tog dogovora je da jače polje prikazujemo gušćim linijama sile.

Jedinica za količinu elektriciteta, tj. za naelektrisanje je $1\text{ C} = 1\text{ Kulon}$.

Kulonov zakon

Kulonov zakon je obrazac za elektrostatičku silu koji je eksperimentalno utvrdio francuski fizičar Kulon (Coulomb):

$$F_c = k \frac{Q \cdot q}{r^2}$$

k – je elektrostatička konstanta čija vrednost zavisi od vrste sredine u kojoj se naelektrisanja Q i q nalaze. Za vakuum (a približno i za vazduh):

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}.$$

Definicija Kulonovog zakona glasi: **Kulonova sila je direktno srazmerna proizvodu naelektrisanja dva tela a obrnuto je srazmerna kvadratu rastojanja njihovih centara. Kulonova sila zavisi i od vrste sredine u kojoj se naelektrisanja nalaze preko vrednosti konstante k .**

Ponekad se konstanta k koristi i u sledećem obliku:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}$$

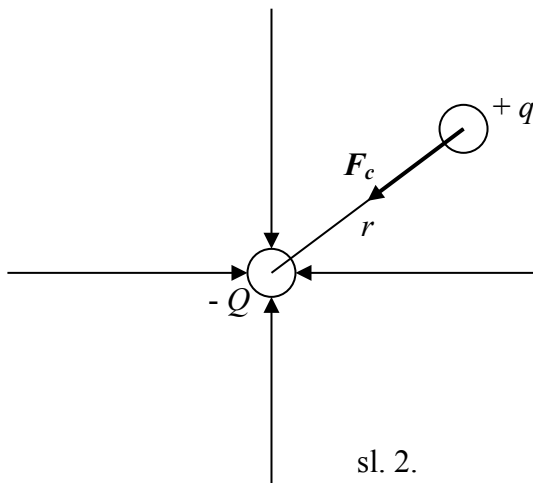
$\pi = 3,14$ je Ludolfov broj,

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$ je apsolutna dielektrička (izolatorska) propustljivost vakuuma i ona je univerzalna konstanta,

ϵ_r - je relativna dielektrička propustljivost date sredine i njena vrednost zavisi od vrste sredine. Za vakuum, a približno i za vazduh njena vrednost je $\epsilon_r = 1$. U materijalnoj sredini njena vrednost je veća od jedinice, što znači da je konstanta k tada manja, a to znači da je i Kulonova sila tada slabija. Npr. za vodu $\epsilon_r \approx 80$, što znači da Kulonova sila deluje 80 puta slabije kroz vodu nego kroz vakuum.

Kulonov zakon dakle može da ima i sledeći oblik:

$$F_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2}.$$



sl. 2.

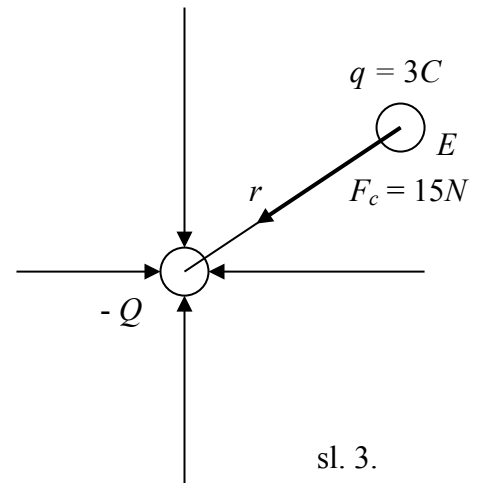
Jačina elektrostatičkog polja \vec{E} $\left(\frac{N}{C}\right)$

Jačina elektrostatičkog polja u datoj tački je brojno jednaka Kulonovoj sili koja deluje na jedinicu naelektrisanja (1 Kulon) unete u tu tačku.

Na sl. 3. imamo slučaj da je u tačku – u kojoj se traži jačina elektrostatičkog polja – uneto naelektrisanje od $q = 3C$ a da na njega deluje Kulonova sila od $F_c = 15N$. Ako na ovu situaciju primenimo početnu definiciju, a jasno je da na svaki Kulon unetog naelektrisanja deluje po $5 N$ Kulonove sile, dobija se da je jačina elektrostatičkog polja u toj tački $E = 5 N/C$.

Dakle:
$$E = \frac{F_c}{q}$$

tj.
$$E = \frac{15N}{3C} = 5 \frac{N}{C}.$$



sl. 3.

Kako je Kulonova sila: $F_c = k \frac{Q \cdot q}{r^2}$ zamenom se dobija:

$$E = \frac{F_c}{q} = \frac{k \frac{Q \cdot q}{r^2}}{q} = k \frac{Q}{r^2}$$

Dakle:
$$E = k \frac{Q}{r^2} \quad \text{tj.} \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

Iz poslednjeg obrasca se vidi od čega zavisi jačina elektrostatičkog polja. Dakle: jačina elektrostatičkog polja u datoj tački je direktno srazmerna naelektrisanju centralnog tela, a obrnuto je srazmerna kvadratu rastojanja od centra centralnog tela do te tačke. Jačina polja zavisi i od vrste sredine, u kojoj se polje nalazi, preko vrednosti konstante k .

Potencijalna energija $E_p (J)$

Naelektrisano telo uneto u elektrostatičko polje (probno telo) ima potencijalnu energiju. Obrazac glasi:

$$E_p = k \frac{Q \cdot q}{r} \quad \text{tj.} \quad E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q \cdot q}{r}$$

Dakle, potencijalna energija naelektrisanog tela unetog u elektrostatičko polje je direktno srazmerna proizvodu naelektrisanja centralnog i unetog tela, a obrnuto je srazmerna rastojanju njihovih centara. Potencijalna energija zavisi i od vrste sredine preko vrednosti konstante k .

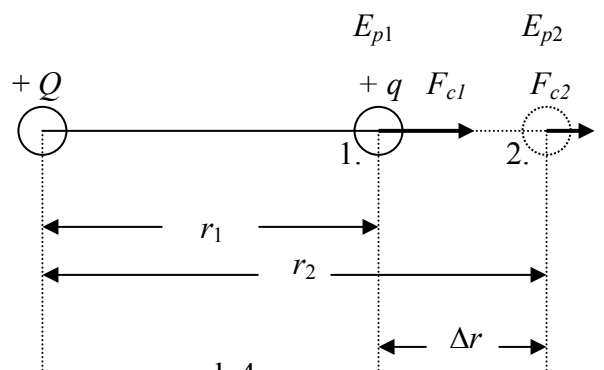
Obrazac za potencijalnu energiju je moguće izvesti pomoću slučaja prikazanog na sl. 4.

Na sl. 4. i centralno i probno naelektrisanje su isto naelektrisana (+), pa je zato Kulonova sila između njih odbojna. U početku probno naelektrisanje je u tački 1. ali odbojna Kulonova sila ga premesti u tačku 2. Pritom Kulonova sila vrši rad A koji možemo odrediti na sledeća dva načina:

1. Rad se može odrediti kao rad Kulonove sile. Komplikacija je što sila nije sve vreme jednake jačine, zato što slabi sa kvadratom rastojanja. Zato moramo koristiti njenu srednju vrednost (F_c), ali geometrijsku sredinu njene početne i krajnje vrednosti i to baš zato što zavisi od kvadrata rastojanja:

$$F_c = \sqrt{F_{c1} \cdot F_{c2}} = \sqrt{k \frac{Q \cdot q}{r_1^2} \cdot k \frac{Q \cdot q}{r_2^2}} = \sqrt{k^2 \frac{Q^2 \cdot q^2}{r_1^2 \cdot r_2^2}} = k \frac{Q \cdot q}{r_1 \cdot r_2}$$

kako je: $A = F_c \cdot \Delta r$ zato što je rad sile jednak proizvodu te sile i pređenog puta, zamenom se dobija:



sl. 4.

$$A = F_c \cdot \Delta r = k \frac{Q \cdot q}{r_1 \cdot r_2} \cdot \Delta r$$

Pređeni put je jednak razlici rastojanja r_1 i r_2 : $\Delta r = r_2 - r_1$, pa se zamenom dobija:

$$A = k \frac{Q \cdot q}{r_1 \cdot r_2} \cdot (r_2 - r_1)$$

tj.
$$A = k \frac{Q \cdot q}{r_1} - k \frac{Q \cdot q}{r_2} \quad (*)$$

2. Drugi način da odredimo rad koji je izvršen premeštanjem probnog naelektrisanja iz tačke 1. u tačku 2. je preko potrošene tj. dobijene energije. Treba se samo setiti definicije rada: **rad meri koliko energije pređe iz jednog oblika u drugi**. Rad je, u stvari, brojno jednak i potrošenoj energiji, kao i dobijenoj energiji. U slučaju na sl. 4. probno telo gubi potencijalnu energiju premeštanjem iz tačke 1. u tačku 2. To znači da je rad brojno jednak potrošenoj potencijalnoj energiji tj.

$$A = \Delta E_p$$

tj.
$$A = E_{p1} - E_{p2} \quad (**)$$

Upoređivanjem obrazaca (*) i (**) jasno sledi:

$$E_{p1} = k \frac{Q \cdot q}{r_1} \quad \text{i} \quad E_{p2} = k \frac{Q \cdot q}{r_2}$$

a to znači da je uopšteno:
$$E_p = k \frac{Q \cdot q}{r}$$

Potencijalna energija probnog naelektrisanja može biti i pozitivna i negativna. Kako su konstanta k i rastojanje r uvek pozitivni, ostaje da znak potencijalne energije određuje kombinacija naelektrisanja u centralnom i probnom telu. Suprotni znaci daju (-), a isti znaci daju (+). Dakle, ako je probno naelektrisanje izloženo dejstvu privlačne sile – njegova potencijalna energija je negativna, a ako je izloženo dejstvu odbojne sile – njegova potencijalna energija je pozitivna. Ista analiza važi i za Kulonovu silu, koja je negativna kada je privlačna, a pozitivna kada je odbojna. Odatle, recimo, sledi i znak međumelekularne sile zato što je njena priroda Kulonovska.

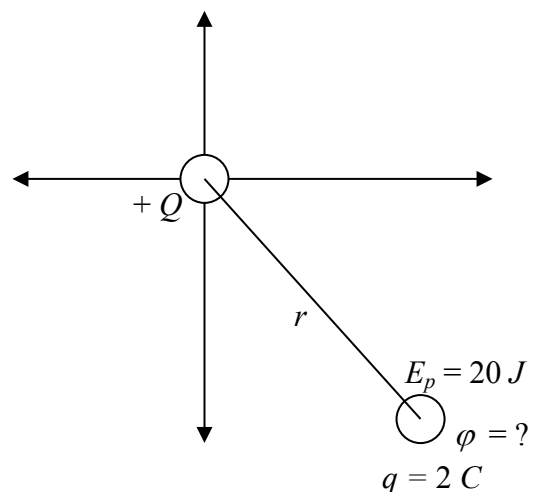
Potencijal elektrostatičkog polja φ (V – Volt)

Definicija glasi: **potencijal elektrostatičkog polja u datoj tački je brojno jednak potencijalnoj energiji koju stekne jedinica naelektrisanja (1 kulon) koja je uneta u tu tačku.**

Na sl. 5. u tačku, čiji potencijal se traži, uneto je probno naelektrisanje od npr. $q = 2 \text{ C}$, a recimo da je izmereno da je njegova potencijalna energija tada $E_p = 20 \text{ J}$. Ako primenimo prethodnu definiciju, jasno je da je potencijal: $\varphi = 10 \frac{\text{J}}{\text{C}} = 10 \text{ V}$. Kako se ova vrednost potencijala dobija deljenjem potencijalne energije probnog tela sa njegovim naelektrisanjem, sledi:

$$\varphi = \frac{E_p}{q}$$

Ako u poslednji obrazac zamenimo izraz za potencijalnu energiju:



sl. 5.

$$E_p = k \frac{Q \cdot q}{r} \quad \text{dobija se:}$$

$$\varphi = \frac{E_p}{q} = \frac{k \frac{Q \cdot q}{r}}{q} = k \frac{Q}{r}$$

Dakle:
$$\varphi = k \frac{Q}{r} \quad \text{ili} \quad \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{r}$$

Ovaj obrazac određuje od čega zavisi potencijal: potencijal elektrostatičkog polja u datoj tački je direktno srazmeran naelektrisanju centralnog tela, a obrnuto je srazmeran rastojanju od centra centralnog tela do te tačke. Potencijal zavisi i od vrste sredine preko vrednosti konstante k .

Rad i napon u elektrostatičkom polju

Na sl. 6. prikazan je slučaj kada se probno naelektrisanje nađe u tački 1. elektrostatičkog polja - izazvanog pozitivnim centralnim naelektrisanjem.

Dejstvo odbojne Kulonove sile premesti probno naelektrisanje iz tačke 1. u tačku 2. Pritom je Kulonova sila izvršila rad A koji se može smatrati jednakim i potrošenoj potencijalnoj energiji ΔE_p , kao i pritom dobijenoj kinetičkoj energiji probnog tela. Dakle:

$$A = \Delta E_p = E_{p1} - E_{p2}.$$

Kako je potencijal polja u datoj tački: $\varphi = \frac{E_p}{q}$, sledi da je potencijalna energija probnog tela: $E_p = q \cdot \varphi$,

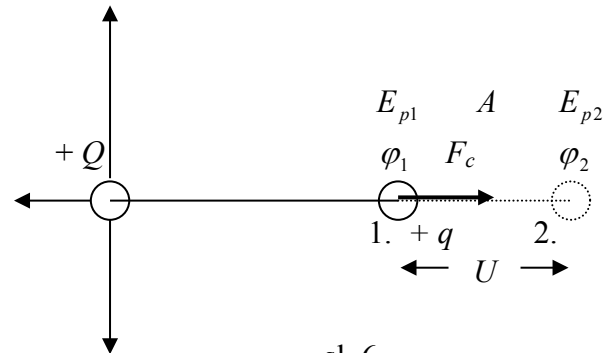
što znači da je: $E_{p1} = q \cdot \varphi_1$, a isto tako: $E_{p2} = q \cdot \varphi_2$. Zamenom u izraz za rad dobija se:

$$A = E_{p1} - E_{p2} = q \cdot \varphi_1 - q \cdot \varphi_2 = q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Sada treba uzeti u obzir da se napon između dve tačke elektrostatičkog polja izračunava kao razlika potencijala te dve tačke, tj. $U = \varphi_1 - \varphi_2$. Kako nema smisla govoriti o negativnom naponu, uvek se od većeg oduzima manji potencijal – kao i u ovom slučaju. Zamenom u izraz za rad dobija se:

$$A = q \cdot U \quad \text{tj.} \quad U = \frac{A}{q}.$$

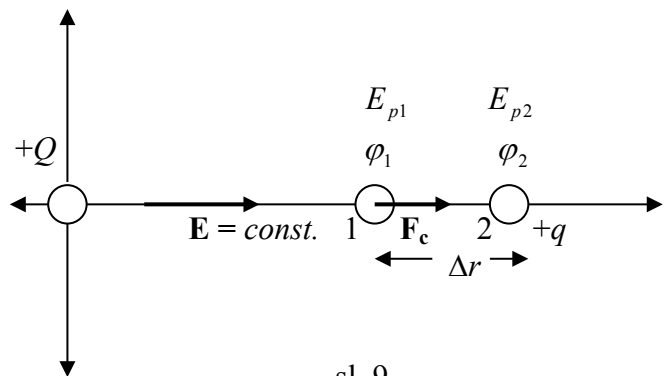
Poslednji obrazac daje mogućnost za sledeću definiciju napona: **napon između dve tačke elektrostatičkog polja je brojno jednak radu koji treba izvršiti da bi se jedinica naelektrisanja (1 kulon) premestila iz te jedne tačke u drugu.**



sl. 6.

Veza jačine polja i potencijala

Primer iz koga ćemo izvesti vezu ove dve veličine je prikazan na sl. 9. Na početku u elektrostatičkom polju pozitivnog centralnog naelektrisanja se nalazi pozitivno probno naelektrisanje u tački 1 a onda ga odbojna Kulonova sila premesti u tačku 2. Uzećemo da je rastojanje između tačaka 1 i 2 jako malo, pa da je zato jačina polja $E = const.$ tj. da je jačina polja ista u obe tačke, da je i jačina Kulonove sile ista duž ovog rastojanja, ali da se istovremeno potencijal a i potencijalna energija u te dve tačke razlikuju.



sl. 9.

Rad koji je izvršila Kulonova sila se može odrediti na sledeća dva načina:

1. kao rad sile: $A = F_c \cdot \Delta r$. Kako je jačina elektrostatičkog polja: $E = \frac{F_c}{q} \Rightarrow F_c = q \cdot E$.

Zamenom se dobija: $A = q \cdot E \cdot \Delta r$ (*)

2. kao rad koji je brojno jednak potrošenoj potencijalnoj (kao i dobijenoj kinetičkoj) energiji probnog tela: $A = \Delta E_p = E_{p1} - E_{p2}$. Kako je: $\varphi = \frac{E_p}{q} \Rightarrow E_p = q \cdot \varphi$

tj. $E_{p1} = q \cdot \varphi_1$ i $E_{p2} = q \cdot \varphi_2$, zamenom se dobija:
 $A = q \cdot \varphi_1 - q \cdot \varphi_2 = -q \cdot (\varphi_2 - \varphi_1)$

tj. $A = -q \cdot \Delta\varphi$ (**).

Izjednačavanjem desnih strana izvedenih izraza za rad (*) i (**) dobija se:
 $q \cdot E \cdot \Delta r = -q \cdot \Delta\varphi$

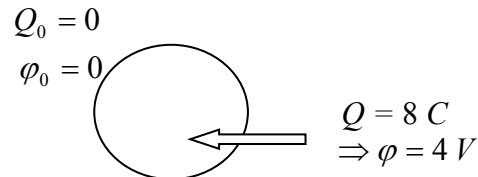
a posle kraćenja sa q dobija se:

$$E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta r} = -grad\varphi.$$

U fizici promena potencijala po jedinici rastojanja se naziva gradijent potencijala, pa je zato: **jačina elektrostatičkog polja brojno jednaka negativnom gradijentu potencijala.**

Električni kapacitet tela C (F – Farad)

Po definiciji: **električni kapacitet datog tela je brojno jednak onoj količini elektriciteta koju treba dovesti tom telu da bi se njegov potencijal povećao za jedinicu tj. za jedan Volt.** Takvo telo je na sl. 10. i ako je kao u tom primeru njegovo početno naelektrisanje jednako nuli, a samim tim i njegov početni potencijal jednak nuli, pa mu je dovedena količina elektriciteta $Q = 8 C$, a pritom se njegov potencijal povećao na $\varphi = 4 V$, tada je jasno da je za porast potencijala za 1 Volt, tom telu potrebno samo 2 Kulona naelektrisanja. Kako se ova vrednost dobija deljenjem $8 C$ sa $4 V$,



sl. 10.

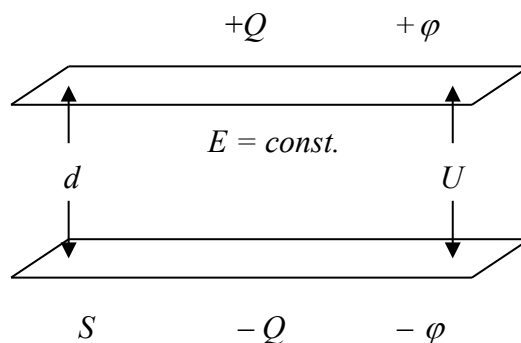
dobija se: $C = \frac{Q}{\varphi}$. Dakle, telo na sl. 10. ima kapacitet od $C = 2F$.

Električni kapacitet tela zavisi, pre svega, od veličine samog tela.

Jedinica od 1 Farada označava ogroman kapacitet – da bi telo imalo kapacitet od 1 Farada trebalo bi da bude 1400 puta veće od Zemlje. Zemljin kapacitet inače iznosi oko $700 \mu F$. Zato se u praksi koriste mnogo manje jedinice kao što je pikofarad: $1 pF = 10^{-12} F$.

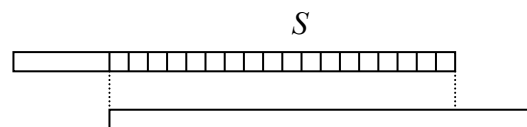
Električni kapacitet pločastog kondenzatora

Pločasti kondenzator je prikazan na sl. 11. Sastoji se od dve paralelne metalne ploče, koje se nalaze na rastojanju d . U prostoru između ploča je izvesna materijalna sredina, a može biti i vakuum. I jedna i druga ploča su naelektrisane istom količinom elektriciteta Q , samo što je jedna pozitivna a druga negativna. Ploče se, dakle, nalaze na pozitivnom i negativnom potencijalu: $\varphi_1 = +\varphi$ i $\varphi_2 = -\varphi$, pa između ploča vlada napon: $U = \varphi_1 - \varphi_2 = 2\varphi$.



sl. 11.

Sa S je obeležena »aktivna površina«, a ona je jednaka onoj površini jedne od ploča koja je »pokrivena« drugom pločom. Na sl. 11. aktivna površina je jednaka površini cele jedne ploče. Na sl. 12. osenčen je onaj deo površine jedne ploče koji je jednak aktivnoj površini.



sl. 12.

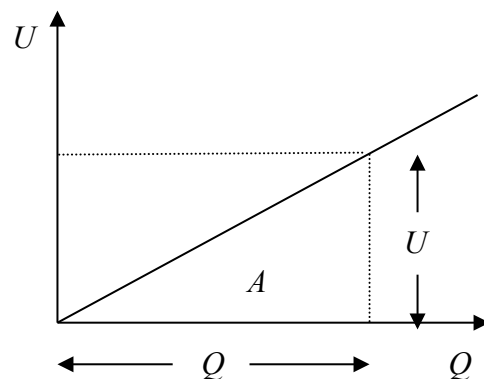
Postoje dva obrasca za kapacitet pločastog kondenzatora:

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{S}{d} \quad \text{i} \quad C = \frac{Q}{U}.$$

Drugi obrazac čitamo: **električni kapacitet pločastog kondenzatora brojno je jednak onoj količini elektriciteta koju treba dovesti i jednoj i drugoj ploči da bi se napon između njih povećao za 1 Volt.**

Energija elektrostatičkog polja E_e (J)

Obrazac za energiju elektrostatičkog polja unutar pločastog kondenzatora, se izvodi pod pretpostavkom da je početno naelektrisanje ploča $Q_0 = 0$, pa da se dovođenjem naelektrisanja Q na obe ploče (na jednu $+Q$, a na drugu $-Q$) napon između ploča poveća sa početne vrednosti $U_0 = 0$ na vrednost U . Tada se ovaj događaj može prikazati grafikom na sl. 13. a to je zavisnost:



sl. 13.

$$U = \frac{1}{C} \cdot Q.$$

Ovaj obrazac se dobija iz obrasca za kapacitet kondenzatora:

$$C = \frac{Q}{U}.$$

Rad A koji je pritom izvršen predstavlja površinu ispod grafika. To je površina pravouglog trogla pa je zato:

$$A = \frac{1}{2} Q \cdot U,$$

a kako je: $U = \frac{1}{C} \cdot Q$, postoje i sledeće verzije prethodnog obrasca za rad:

$$A = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} C \cdot U^2 = \frac{Q^2}{2C}.$$

Rad koji je izvršen pri punjenju kondenzatora može se izjednačiti i sa pritom potrošenom, ali i sa dobijenom energijom. Ovako dobijena energija je energija elektrostatičkog polja koja je nastala pri pomenutom punjenju kondenzatora. Dakle, rad je jednak ovoj energiji elektrostatičkog polja. Zato je:

$$E_e = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} C \cdot U^2 = \frac{Q^2}{2C}.$$

Za predstojeće izvođenje važan je srednji od tri prethodna izraza:

$$E_e = \frac{1}{2} C \cdot U^2$$

u koji treba zameniti: $C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{S}{d}$ i $U = E \cdot d$. Ovaj poslednji obrazac za jačinu elektrostatičkog polja u kondenzatoru predstavlja »vezu jačine polja i potencijala« primenjenu na pločasti kondenzator:

$E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta r} = \frac{U}{d} \Rightarrow U = E \cdot d$. Dakle:

$$E_e = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{S}{d} \cdot E^2 \cdot d^2,$$

tj.
$$E_e = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot S \cdot d \cdot E^2,$$

kako je: $S \cdot d = V$ - a to je aktivna zapremina u kondenzatoru, konačno se dobija:

$$E_e = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot V \cdot E^2.$$

Pokazuje se da je ovde važna veličina »zapreminska gustina energije elektrostatickog polja« - W_e . Ona je brojno jednaka energiji u jedinici zapremine, pa se definiše kao:

$$W_e = \frac{E_e}{V} = \frac{\frac{1}{2} \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot V \cdot E^2}{V}$$

pa je:
$$W_e = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot E^2.$$

Izvedeni izraz za gustinu energije se može primeniti na bilo koje homogeno (stalno po jačini) elektrostaticko polje, jer bez obzira što je izvođenje započelo za kondenzator, može se primetiti da su u toku izvođenja »otpale« sve veličine koje su karakteristične za taj kondenzator.