

## DINAMIKA

Dinamika je nauka o uzrocima kretanja tela. Dakle osnovno dinamičko pitanje, kada uočimo da se telo kreće na određeni način, bi bilo: a zašto se telo kreće baš tako?

Odgovore na ova pitanja potražićemo u Njutnovim zakonima dinamike.

Uzged recimo da objavljivanje ovih zakona 1686. godine, u Njutnovoj knjizi “*Philosophiae naturalis principia mathematica*“, danas smatramo za početak fizike kao nauke.

Kao i kinematiku, tako i dinamiku delimo na dinamiku translatornog i rotacionog kretanja.

### DINAMIKA TRANSLACIJE

Osnovne veličine koje koristimo u dinamici su veličine već poznate iz translacije, a imamo i tri nove dinamičke veličine:

- pređeni put  $S (m)$
- brzina  $v (m/s)$
- ubrzanje  $a (m/s^2)$
- vreme  $t (s)$
- masa  $m (kg)$
- impuls  $p (kg m/s)$  i
- sila  $F (N)$ .

#### Masa $m (kg)$

Kao što je ranije već bilo rečeno – *masa je jedan od dva pojavna oblika materije, drugi je energija*. Masa je osnovna karakteristika svakog tela. Drugim rečima, ne postoji telo bez mase.

Kada se telo nađe u gravitacionom polju, ono pored mase poseduje i težinu. Težina predstavlja proizvod mase tela i jačine gravitacionog polja u kome se to telo nalazi:

$$Q = m \cdot g$$

Jačina Zemljinog gravitacionog polja na površini Zemlje iznosi:  $g = 9,81 \frac{N}{kg} = 9,81 \frac{m}{s^2}$ , pa će telo mase:  $m = 10kg$ , na površini Zemlje imati težinu:  $Q = 98,1N$ , tj. tolikom silom će delovati na podlogu na kojoj se nalazi. Telo će na svakom mestu u svemiru imati istu masu, ali ne i istu težinu, zato što težina tela zavisi i od gravitacije, koja je recimo na površini Meseca šest puta slabija nego na površini Zemlje (zato je telo na Mesecu šest puta lakše nego na Zemlji), a u bestežinskom stanju je  $g = 0$ , pa tu telo nema težinu (što je uostalom i uzrok naziva tog stanja).

Jedinica za masu je kilogram ( $kg$ ), a za težinu je Njutr ( $N$ ). Pre 1980. godine jedinica za težinu je bio  $1 kp$  – kilopond, ali je ova jedinica sada zabranjena u fizici. Važno je znati da je ova jedinica bila tako odabrana da brojne vrednosti mase i težine datog tela budu jednake. Na primer telo mase  $m = 10kg$ , ima težinu  $Q = 10kp$ . To znači da su vage, kantari i druge naprave za merenje težine bili baždareni tako da težinu tela mere u kilopondima, ali su oni to i danas (samo sprave poznate kao dinamometri mere težinu u Njutnima). Kako je danas zabranjeno koristiti kiloponde, a ljude je praktično nemoguće sprečiti da koriste sprave na koje su navikli, pronađeno je rešenje da te sprave više ne mere težinu, nego da mere masu tela – što je u osnovi netačno, ali takođe i korisno rešenje.

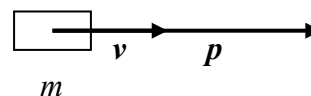
#### Impuls $p (kg \frac{m}{s})$

Telo ima impuls kada se kreće. Impuls je vektorska veličina i predstavlja proizvod mase i brzine datog tela:

$$p = m v.$$

Brojna vrednost impulsa  $p$  se izračunava kao proizvod mase i brojne vrednosti brzine:  $p = m v$ .

Vektor impulsa mora da ima isti pravac i smer sa vektorom brzine, zato što je masa skalarna veličina i zato što masa ne može biti negativna (vidi množenje vektora skalarom).



sl. 26.

Brojna vrednost impulsa određuje jačinu sudara tog tela sa nepokretnom preprekom. Jasno je da je sudar utoliko jači ukoliko je veća masa tela i ukoliko je veća njegova brzina. Kako su ove dve veličine upravo komponente impulsa ovo predstavlja dokaz prethodne tvrdnje.

### **Sila $F(N)$**

Sve sile možemo podeliti na dve osnovne vrste, a to su: prave i fiktivne sile.

**Prava sila je međusobno dejstvo dva tela.** Za dejstvo prave sile su uvek potrebna dva tela. Jedno koje deluje silom i drugo koje tu silu trpi. Međutim tada i ovo drugo telo uzvraća prvom, tzv. silom reakcije. Za prave sile važi III Njutnov zakon, tj. zakon akcije i reakcije.

Sve prave sile možemo podeliti na neposredne i posredne.

Za dejstvo neposrednih sila neophodan je neposredan kontakt dva tela. U neposredne prave sile spadaju:

- sila trenja,
- sila otpora vazduha (sredine),
- razne mehaničke sile npr. udarac, guranje, vučenje, sudaranje...
- elastična sila, itd.

Za dejstvo posrednih sila nije potrebno da se tela dodiruju. Posredne sile su privlačne ili odbojne. Njihovo dejstvo se ostvaruje posredstvom tzv. fizičkih polja. U posredne sile spadaju:

- gravitaciona sila (sila teže),
- elektrostatička (Kulonova) sila,
- magnetna sila,
- elektromagnetna sila, itd.

Za fiktivne (lažne, izmišljene) sile ne važi III Njutnov zakon jer tada ne postoji telo koje deluje silom već postoji samo telo koje trpi tu silu, pa zato ne postoji uzvratno dejstvo tj. reakcija. Fiktivne sile se javljaju isključivo u ubrzanim (neinercijalnim) sistemima i posledica su načina kretanja ovih sistema, ali i osobine inernosti tela koje se u njemu nalazi. Inertnost je inače osobina svakog tela – to je težnja tela da zadrži stanje u kome se nalazi (vidi I Njutnov zakon tj. Zakon inercije). U fiktivne sile spadaju:

- dve inercijalne sile,
- centrifugalna sila  $i$
- Koriolisova sila.

Inercijalne sile se, na primer, javljaju u autobusu koji ubrzava ili koji koči. U slučaju ubrzavanja na sva tela u autobusu deluje inercijalna sila koja ih gura unazad, dok pri kočenju ta sila ih gura napred. Može se uočiti kao pravilnost da je smer inercijalne sile uvek suprotan smeru ubrzanja sistema.

Centrifugalna sila se javlja u sistemu koji se kreće krivolinijski – koji dakle ima normalno ubrzanje, na primer u autobusu kada se nalazi u krivini i ta sila gura sva tela u autobusu, ali i sam autobus ka spoljašnjoj strani krivine, dakle opet suprotno od smera ubrzanja (kao što znamo normalno ubrzanje je uvek usmereno ka centru krivine).

Koriolisova sila je fiktivna sila koja se javlja u sistemu koji rotira.

### **I Njutnov zakon – Zakon inercije**

Pre Njutna i Galilej je proučavao tela koja nisu izložena dejstvu sila i došao do sledećih zaključaka:

***Ako telo miruje u polju van svih sila tada će to telo nastaviti da miruje, a ako se kreće tada će nastaviti da se kreće ravnomerno i pravolinijski.***

Izraz – polje van svih sila - je prostor u kome na telo ne deluje nijedna sila, ali se može šire shvatiti i kao mogućnost da se sile koje na telo deluju međusobno poništavaju.

Njutn je kasnije proširio ovaj zakon tako što je zaključio da svako telo ima osobinu koju je nazvao inertnost (lat. lenjost) ili inercija. ***Inercija je težnja tela da zadrži stanje u kome se nalazi:*** ako miruje ono teži da nastavi da miruje, a ako se kreće tada teži da zadrži stanje ravnomerno - pravolinijskog kretanja.

Sada su Galilejevi zaključci jasni, ali oni predstavljaju samo specijalni slučaj kada na telo ne deluju sile. Njutnovo uvođenje inercije uključuje i slučajeve kada sile deluju na telo, pa se može zaključiti da će tada telo pružati otpor promeni stanja u kome se nalazi. Međutim Njutn ide i korak dalje i zaključuje da nemaju sva tela istu inertnost, tj. da inertnost nekog tela zavisi od njegove mase:

veća masa – veća inertnost  $i$

manja masa – manja inercija.

Dakle može se reći: **masa tela je mera njegove inercije.**

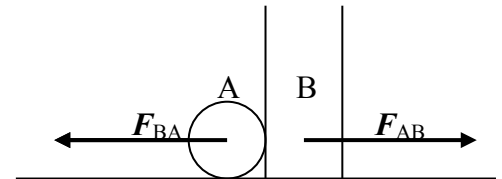
Ovakva linija razmišljanja je posledica činjenice da je telo veće mase teže pokrenuti, ali i teže zaustaviti, što je lako razumeti na primeru dva voza: voza igračke i pravog velikog voza.

### III Njutnov zakon – Zakon akcije i reakcije

Treći Njutnov zakon glasi: **Ako telo A deluje na telo B silom  $F_{AB}$  (silom akcije), tada istovremeno i telo B deluje na telo A silom  $F_{BA}$  (silom reakcije).**

Sile akcije i reakcije su iste jačine i pravca, a suprotnog su smera tj.

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}.$$



sl. 27.

Na sl. 27. prikazan je sudar kugle (telo A) sa zidom (telo B). Treba obratiti pažnju na to gde se nalaze napadne tačke sila akcije i reakcije na slici.

Da bi se dve sile poništile potrebno je da ispune sledećih pet uslova:

- da su iste jačine,
- da su istog pravca,
- da su suprotnog smera,
- da deluju istovremeno i
- da deluju na isto telo.

Akcija i reakcija se međusobno ne poništavaju zato što ne ispunjavaju poslednji od navedenih pet uslova, tj. one ne deluju na isto telo.

Značaj ovog zakona je da on određuje kako izgleda svaka prava sila, tj. kakva je njena struktura. Ako primenimo III Njutnov zakon, možemo zaključiti da se svaka prava sila sastoji od akcije i njene reakcije. Upravo zato pravu silu i definišemo kao uzajamno dejstvo dva tela.

### II Njutnov zakon. Zakon sile. Osnovni zakon dinamike

Kada na dato telo deluje sila, ona izaziva promenu njegove brzine što rezultuje promenom njegovog impulsa. Eksperimentalno je utvrđeno da važi relacija:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Možemo je pročitati na sledeći način: **Sila, koja deluje na dato telo, brojno je jednaka promeni impulsa tog tela u jedinici vremena.**

Ovo je osnovni zakon dinamike, tj. prvi oblik II Njutnovog zakona.

Na osnovu sledećeg primera izvešćemo zakon sile iz osnovnog zakona dinamike:

$$\Delta p = p_2 - p_1 = 46 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} - 6 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 40 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$p_1 = m_1 v_1 = 2 \text{ kg} \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 6 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

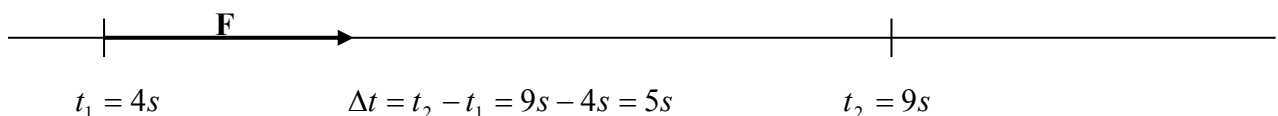
$$p_2 = m_2 v_2 = 2 \text{ kg} \cdot 23 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 46 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_1 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2 = 23 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$m = 2 \text{ kg}$$



sl. 28.

U primeru stalna sila deluje na telo i izaziva promenu njegovog impulsa, pa je:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_2 - p_1}{t_2 - t_1} = \frac{m_2 v_2 - m_1 v_1}{t_2 - t_1} = \frac{m v_2 - m v_1}{t_2 - t_1} = m \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = m \cdot a$$

Izvedeni obrazac:  $F = m \cdot a$ , predstavlja zakon sile tj. drugi oblik II Njutnovog zakona. Ovaj zakon možemo izreći na sledeći način: **Sila masi daje ubrzanje.** Drugim rečima: sila, koja deluje na telo, izaziva njegovo ubrzanje.

U primeru na sl. 28. jačinu sile možemo izračunati iz ma kog obrasca koji se nalazi u nizu obrazaca koji učestvuju u izvođenju zakona sile. Recimo:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{40kg \frac{m}{s}}{5s} = 8kg \frac{m}{s^2} = 8N$$

gde je:  $N = kg \frac{m}{s^2}$ , jedinica za silu koja se zove Njutn. Međutim jačina sile se može izračunati i iz, recimo, zakona sile:

$$F = m \cdot a = 2kg \cdot 4 \frac{m}{s^2} = 8kg \frac{m}{s^2} = 8N$$

U ovom slučaju ubrzanje iznosi:  $a = 4 \frac{m}{s^2}$  zato što je promena brzine:  $\Delta v = 20 \frac{m}{s}$ , a ova promena se

dešava u toku:  $\Delta t = 5s$ , pa je:  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 \frac{m}{s}}{5s} = 4 \frac{m}{s^2}$ .

Važno je istaći da svi ovi obrasci važe i u vektorskom obliku tj.  $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$  i  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ .

Poslednji obrazac ima jednu jako važnu posledicu, a to je da vektor sile i vektor ubrzanja moraju imati isti pravac i isti smer. Uzrok tome je što je masa tela skalar, koji ne može biti negativan (vidi množenje vektora skalarom).

U slučaju da na telo ne deluje jedna, već više sila, treba naći njihovu rezultantu:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \vec{R}$$

i tada možemo zaključiti da ova rezultujuća sila masi tela daje ubrzanje tj.

$$\vec{R} = m \cdot \vec{a} \quad \text{ili u skalarnom obliku: } R = m \cdot a.$$

Ovaj obrazac se naziva: osnovna jednačina dinamike.

Zakon sile:  $F = m \cdot a$ , možemo napisati i na sledeći način:  $a = \frac{F}{m}$ , odakle je lako uočiti da je

ubrzanje tela direktno srazmerno sili, a obrnuto srazmerno njegovoj masi. To znači da će od dva tela iste mase veće ubrzanje dobiti ono koje je izloženo jačoj sili i da će od dva tela izložena istoj sili veće ubrzanje dobiti telo manje mase.

Značaj II Njutnovog zakona je u vezi, koju on uspostavlja, između sile koja deluje na telo i ubrzanja koje će to telo, tom prilikom, dobiti.

Na osnovu I i II Njutnovog zakona mogu se dati odgovori na osnovnih 5 dinamičkih pitanja:

**1. Zašto telo miruje?**

**1.<sup>0</sup> Telo miruje zato što je i prethodno mirovalo i zato što na njega ne deluje nikakva sila, ili se sile koje na njega deluju međusobno poništavaju. ( I Njutnov zakon ).**

**2. Zašto se telo kreće ravnomerno pravolinijski?**

**2.<sup>0</sup> Zato što se i prethodno kretalo, a na njega ne deluje nikakva sila, ili se sile, koje na njega deluju, međusobno poništavaju. ( I Njutnov zakon )**

**3. Zašto se telo kreće ubrzano?**

**3.<sup>0</sup> Zato što na njega deluje sila u smeru njegovog kretanja. ( II Njutnov zakon )**

**4. Zašto se telo kreće usporeno?**

**4.<sup>0</sup> Zato što na njega deluje sila u smeru suprotnom od smera njegovog kretanja. ( II Njutnov zakon )**

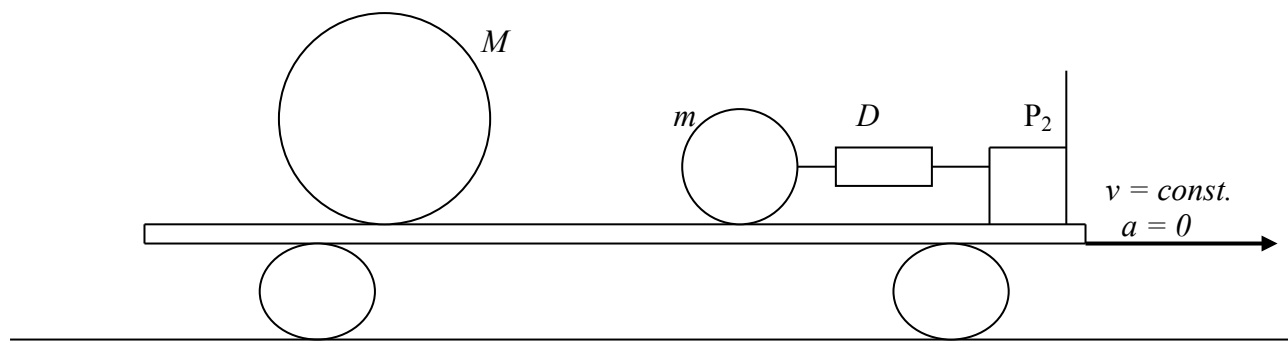
**5. Zašto se telo kreće krivolinijski?**

**5.<sup>0</sup> Zato što na njega deluje tzv. bočna sila. Ako ta sila deluje pod uglom od 90<sup>0</sup> u odnosu na pravac kretanja tela ona se naziva centripetalna sila i izaziva kružno kretanje tela ( II Njutnov zakon )**

Tek su sada razumljivi pravci i smerovi vektora ubrzanja na sl. 17. a. i b. Oni su posledica 3., 4. i 5. odgovora i činjenice da sila i ubrzanje, koje ona telu daje, moraju imati isti pravac i isti smer.

## Neinercijalni sistemi referencije

Analizom se može utvrditi da zakoni fizike – konkretno I i II Njutnov zakon – važe, u slučaju inercijalnog sistema, kako za posmatrača koji se nalazi u sistemu, tako i za posmatrača koji se nalazi van njega. Da bi smo to i pokazali razmotrimo sledeći primer:



P<sub>1</sub>

sl. 29.

U izabranom primeru inercijalan sistem je vagon koji se kreće ravnomerno pravolinijski, dok su tela na njemu: klupa na kojoj se nalazi posmatrač P<sub>2</sub>, pri čemu je klupa pričvršćena za pod, manja kugla mase  $m$  koja je dinamometrom  $D$  vezana za klupu i veća kugla mase  $M$  koja slobodno miruje u odnosu na pod vagona. Posmatrač P<sub>1</sub> se nalazi van vagona tj. pored pruge. Pritom smatramo da je sila trenja između kugli i poda vagona zanemarljivo slaba.

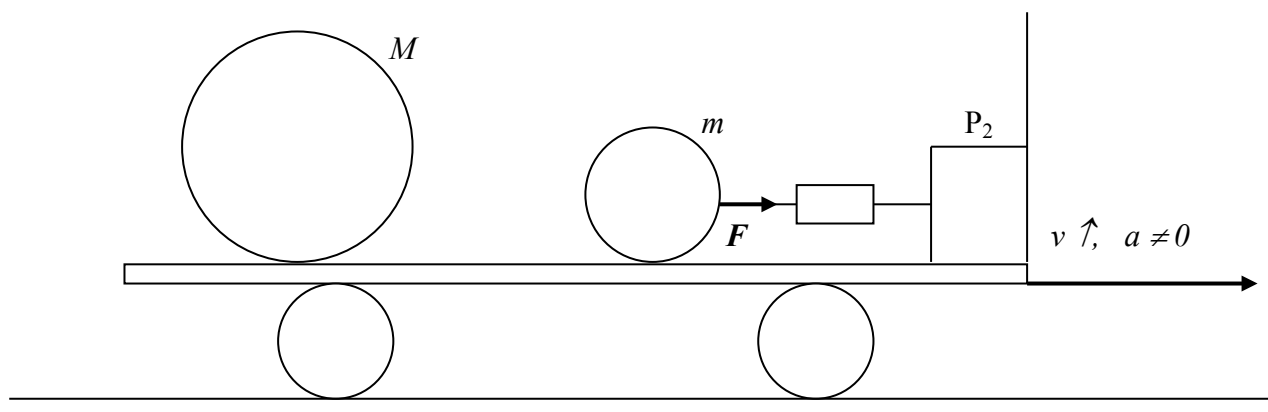
Dinamometar je neistegnut, pa bez obzira što je manja kugla u vezi sa klupom i na nju kao i na veću kuglu u horizontalnom pravcu ne deluje nikakva sila. Ovu činjenicu podjednako uočavaju oba posmatrača.

Saslušajmo sada šta bi nam ova dva posmatrača rekla o ponašanju kugli:

P<sub>1</sub>: Obe kugle se zajedno sa vagonom kreću ravnomerno pravolinijski, što je sasvim razumljivo jer se u odsustvu sila obe pokoravaju svojoj inerciji. (dakle, za ovog posmatrača važe i I i II Njutnov zakon)

P<sub>2</sub>: Obe kugle miruju na podu vagona, zato što na njih ne deluju nikakve sile u horizontalnom pravcu, pa se one ponašaju u skladu sa svojom inercijom. (i za ovog posmatrača važe oba Njutnova zakona).

Međutim, ako je sistem neinercijalan (ubrzan), zakoni fizike više ne važe jednako za posmatrača iz sistema i posmatrača koji se nalazi van sistema. Da bismo ovo potvrdili razmotrimo nešto izmenjen prethodni primer.



P<sub>1</sub>

sl. 30.

U ovom slučaju (sl. 30) vagon se prvo kretao ravnomerno zajedno sa kuglama, a onda je počeo da ubrzava sa stalnim ubrzanjem. Zamislimo da oba posmatrača opisuju događaje u vagonu neposredno po početku ubrzanja. Uzmimo da je i u ovom slučaju sila trenja, između kugli i poda vagona, zanemarljiva. Ono što oba ova posmatrača vide je istegnut dinamometar, što znači da obojica znaju da na manju kuglu deluje sila u smeru kretanja voza. Da vidimo sada šta bi oni ispričali:

$P_1$ : Voz je započeo ubrzanje i od tog trenutka veća kugla, na koju inače ne deluje nikakva sila u horizontalnom pravcu, u skladu sa svojom inercijom održava prethodno stečeno stanje ravnornog kretanja, pa zbog toga vagon ispod nje odmiče, u odnosu na nju, unapred. Za to vreme manja kugla ubrzava zajedno sa vozom, ali uzrok tome je sila  $F$  koja se može očitati na dinamometru. ( Dakle i za ovog posmatrača važe I i II Njutnov zakon ).

$P_2$ : Na manju kuglu deluje sila, ali ona ipak miruje na podu vagona, dok se veća kugla udaljava od mene i to ubrzano iako na nju ne deluje nikakva sila u horizontalnom pravcu. ( Očigledno je da za ovog posmatrača ne važe ni I ni II Njutnov zakon, jer telo na koje sila deluje - miruje, dok telo bez dejstva sile - ubrzava ).

Najkorektniji način rešenja ovog problema je da razdvojimo fiziku u dva dela. Jedan deo bi važio za sve posmatrača osim za onog koji se nalazi u neinercijalnom sistemu, a drugi upravo za njega. Prvi deo fizike bi se zasnivao na I i II Njutnovom zakonu, dok bi se drugi deo fizike zasnivao na "kontra" Njutnovim zakonima. Tačno je da bi ovo rešenje bilo korektno, međutim to bi značilo podelu fizike kao nauke i jako bi komplikovalo, ionako složeno, proučavanje prirodnih zakonitosti.

Zato je pronađeno sledeće rešenje: za posmatrača iz neinercijalnog sistema uvodimo tzv. fiktivne sile. Konkretno za posmatrača  $P_2$  iz poslednjeg primera to bi bila sila koja deluje na sva tela u vagonu, dajući im isto ubrzanje, koje je brojno jednako ubrzanju samog sistema, ali je u odnosu na njega suprotnog smera. Jednako ubrzanje za tela različitih masa se može postići samo ako je ta sila direktno srazmerna masi tela na koje deluje. Ovaj neobičan uslov se ne javlja jedino kod fiktivnih sila već i kod gravitacione sile, koja je takođe direktno srazmerna masi tela na koje deluje, što rezultuje jednakim ubrzanjem svih tela koja su izložena njenom dejstvu. Ova sličnost fiktivnih i gravitacionih sila je poslužila Ajnštajnu da stvori svoju Opštu teoriju relativnosti tj. novu – modernu teoriju gravitacije. Osnove ove teorije biće obrađene na početku IV razreda. Vratimo se ponovo našem posmatraču  $P_2$  iz neinercijalnog sistema. Njega neće biti teško ubediti da u vagonu stvarno deluje fiktivna sila, jer on oseća njeno dejstvo – to je ona ista sila koja nas tera da se držimo za držače u autobusu koji naglo ubrzava – pa će vrlo lako prihvatiti ideju da ta sila deluje i na sva ostala tela u vagonu.

Uvođenjem fiktivne sile promeniće se i priča posmatrača  $P_2$  iz neinercijalnog sistema referencije tako da ona sada glasi:

$P_2$ : Na manju kuglu deluju dve sile: sila  $F$  koju mogu očitati na dinamometru i fiktivna sila koja joj je jednaka po jačini, ali je suprotnog smera, pa kako se ove dve sile poništavaju jasno je zašto ova kugla miruje. Za to vreme na veću kuglu deluje samo fiktivna sila, pa se zato ona ubrzano udaljava od mene ( sada i za ovog posmatrača važe I i II Njutnov zakon ).

Na ovaj način očuvana je jedinstvena fizika, koja važi za sve posmatrača. Ali ovakvo uvođenje realno nepostojećih sila mora da ima neku neprijatnu posledicu. Ta cena je, da za fiktivne sile ne važi III Njutnov zakon tj. zakon akcije i reakcije. Fiktivna sila nije međusobno dejstvo dva tela, jer postoji samo telo koje trpi silu (akcije), ali ne postoji telo koje tom silom deluje, pa nema uzvratnog dejstva (reakcije). Ako uporedimo veličinu dobitka i cenu kojom smo ga platili, postaje jasnije zašto su fizičari izabrali baš ovakvo rešenje problema.