

## Тангента и нормала на криву

1. Наћи угао тангенте криве  $y = \operatorname{tg}x$  у тачки са апсцисом  $x_0 = \pi/4$ .

2. На кривој  $y = 4x^2 - 6x + 3$  одреди тачку, у којој је тангента криве паралелна са правом  $y = 4x$ .

3. Под којим углом синусоида  $y = \sqrt{3}^{-1} \sin 3x$  сече апсцисну осу у координатном почетку ?

4. Одреди тангенту криве  $y = \ln x^2$ , паралелну право  $y = -x$ .

Напиши једначину тангенте криве у датој тачки :

5. а)  $y = \sin 2x, x = \pi/12$ ; б)  $y = x^3, x = 2$ ; в)  $y = x^2 e^{-x}, x = 1$ ; г)  $y = \sin x + 1, x = \pi/2$ ; д)  $y = x^2 - 4$  у

тачки пресека са ординатном осом; њ)  $y = 2x^2 - 4$  у тачки пресека са апсцисном осом; е)  $y = 2x^2 = \pi/12$

6. Одреди тангенту криве  $y = x^2 - 7x + 3$ , паралелну право  $y = -5x + 3$ .

7. Доказати, да тангенте хиперболе  $xy = a^2$  образују са координатним осама троугао константне површине.

8. Додирује ли права  $x + 4y - 4 = 0$  хиперболу  $xy = 1$  ?

2. Састави једначину тангенте и нормале криве у тачки:

а)  $y = \frac{(4x - x^2)}{4}, M(2, y_0)$ ; б)  $y = 2x^2 + 3x + 1, M(-2, y_0)$ ; в)  $y = -x^3 + x, M(-1, y_0)$ ;

г)  $y = x^2 + 8\sqrt{x} - 32, M(4, y_0)$ ; д)  $y = x + \sqrt{x^3}, M(1, y_0)$ ; њ)  $y = \sqrt[3]{x^2} - 20, M(-8, y_0)$ ;

е)  $y = 8\sqrt[4]{x} - 70, M(16, y_0)$ ; ж)  $y = 2x^2 - 3x + 1, M(1, y_0)$ ; з)  $y = \frac{(x^2 - 3x + 6)}{x^2}, M(3, y_0)$ ;

и)  $y = \frac{(1 + \sqrt{x})}{(1 - \sqrt{x})}, M(4, y_0)$ ; ј)  $y = \frac{(2 + x^3)}{(x^3 - 2)}, M(3, y_0)$ ; к)  $y = \frac{(6 + x^{20})}{(x^4 + 1)}, M(1, y_0)$ ;

л)  $y = \frac{(2 + x^{16})}{(-5x^2 + 1)}, M(1, y_0)$ ; љ)  $y = \frac{(1 + 3x^2)}{(x^2 + 3)}, M(1, y_0)$ ; м)  $y = \frac{(2x)}{(x^2 + 1)}, M(1, y_0)$ ;

н)  $y = \frac{x}{(x^2 + 1)}, M(-2, y_0)$ ; њ)  $y = -2(\sqrt[3]{x} + 3\sqrt{x}), M(1, y_0)$ ; о)  $y = 2 - 15\sqrt[3]{x} + 14\sqrt{x}, M(1, y_0)$ ;

п)  $y = 3\sqrt[4]{x} - \sqrt{x}, M(1, y_0)$ ; р)  $y = 3(\sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x}), M(1, y_0)$ ; с)  $y = 6\sqrt[3]{x} - 16\sqrt[4]{x/3}, M(1, y_0)$ ;

т)  $y = -2(x^8 + 2) / (3(x^4 + 1)), M(1, y_0)$ ; у)  $y = 1 / (3x + 2), M(2, y_0)$ ; ф)  $y = \frac{(x^5 + 2)}{(x^4 + 1)}, M(1, y_0)$

3. Састави једначину тангенте и нормале криве у тачки:

а)  $\begin{cases} x = a \sin^3 t \\ y = a \cos^3 t, t_0 = \pi/3 \end{cases}$ ; б)  $\begin{cases} x = \sqrt{3} \cos t \\ y = \sin t, t_0 = \pi/3 \end{cases}$ ; в)  $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t), t_0 = \pi/3 \end{cases}$ ; г)  $\begin{cases} x = 2t - t^2 \\ y = 3t - t^3, t_0 = 1 \end{cases}$ ;

$$\begin{aligned}
\text{Д)} & \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{(2t+t^2)}{(1+t^3)} \\ y = \frac{(2t-t^2)}{(1+t^3)}, t_0 = 1 \end{array} \right. ; \text{ђ)} \left\{ \begin{array}{l} x = \arcsin\left(\frac{t}{\sqrt{1+t^2}}\right) \\ y = \arcsin\left(\frac{t}{\sqrt{1+t^2}}\right), t_0 = 1 \end{array} \right. ; \text{е)} \left\{ \begin{array}{l} x = t(t \cos t - 2 \sin t) \\ y = t(t \sin t + 2 \cos t), t_0 = \pi/4 \end{array} \right. ; \\
\text{Ж)} & \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{3at}{(1+t^2)} \\ y = \frac{3at^2}{(1+t^2)}, t_0 = 2 \end{array} \right. ; \text{з)} \left\{ \begin{array}{l} x = 2 \ln ctgt + 1 \\ y = tgt + ctgt, t_0 = \pi/4 \end{array} \right. ; \text{и)} \left\{ \begin{array}{l} x = at \cos t \\ y = at \sin t, t_0 = \pi/2 \end{array} \right. ; \text{ј)} \left\{ \begin{array}{l} x = \sin^2 t \\ y = \cos^2 t, t_0 = \pi/6 \end{array} \right. ; \\
\text{к)} & \left\{ \begin{array}{l} x = \arcsin\left(\frac{t}{\sqrt{1+t^2}}\right) \\ y = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{1+t^2}}\right), t_0 = -1 \end{array} \right. ; \text{л)} \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{(1+\ln t)}{t} \\ y = \frac{(3+2 \ln t)}{t}, t_0 = 1 \end{array} \right. ; \text{љ)} \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{(1+t)}{t^2} \\ y = \frac{3}{(2t^2)} + \frac{2}{t}, t_0 = 2 \end{array} \right. ; \\
\text{м)} & \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{(t+1)}{t} \\ y = \frac{(t-1)}{t}, t_0 = -1 \end{array} \right. ; \text{н)} \left\{ \begin{array}{l} x = 1-t^2 \\ y = 1-t^3, t_0 = 2 \end{array} \right. ; \text{њ)} \left\{ \begin{array}{l} x = \sin^3 t \\ y = \cos^3 t, t_0 = \pi/6 \end{array} \right. ; \text{о)} \left\{ \begin{array}{l} x = 3 \cos t \\ y = 4 \sin t, t_0 = \pi/4 \end{array} \right. ; \\
\text{п)} & \left\{ \begin{array}{l} x = 2 \cos t \\ y = \sin t, t_0 = -\pi/3 \end{array} \right. ; \text{р)} \left\{ \begin{array}{l} x = 2tgt \\ y = 2 \sin^2 t + \sin 2t, t_0 = \pi/4 \end{array} \right. ; \text{с)} \left\{ \begin{array}{l} x = \sin t \\ y = \cos 2t, t_0 = \pi/6 \end{array} \right. ; \text{т)} \left\{ \begin{array}{l} x = t(1-\sin t) \\ y = t \cos t, t_0 = 0 \end{array} \right. ; \\
\text{ћ)} & \left\{ \begin{array}{l} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \arctgt, t_0 = 1 \end{array} \right. ; \text{у)} \left\{ \begin{array}{l} x = \sin t \\ y = a^t, t_0 = 0 \end{array} \right. ; \text{ф)} \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{(1+t^3)}{(t^2-1^3)} \\ y = \frac{t}{(t^2-1)}, t_0 = 2 \end{array} \right. ; \text{х)} \left\{ \begin{array}{l} x = t-t^4 \\ y = t^2-t^3, t_0 = 1 \end{array} \right. ; \\
\text{ц)} & \left\{ \begin{array}{l} x = t^3+1 \\ y = t^2, t_0 = -2 \end{array} \right. ; \text{ч)} \left\{ \begin{array}{l} x = e^t \\ y = 2e^{-t}, t_0 = 0 \end{array} \right. ; \text{џ)} \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{(1+t)}{t^2} \\ y = \left|\frac{1}{2}\right|t^2 + \frac{2}{t}, t_0 = 2 \end{array} \right. ; \text{ш)} \left\{ \begin{array}{l} x = t^3+1 \\ y = t^2+t+1, t_0 = 1 \end{array} \right. .
\end{aligned}$$

## Диференцијал функције

1. Наћи диференцијал функције: а)  $y = x \arcsin\left(\frac{1}{x}\right) - \ln|x + \sqrt{x^2-1}|, x > 0$  ;

б)  $y = tg(2 \arccos \sqrt{1-2x^2}), x > 0$  ; в)  $y = \sqrt{1+2x} - \ln(x + \sqrt{1+2x}), x > 0$  ; г)  $y = x 2 \arctg \sqrt{x^2-1} - \sqrt{x^2-1}$  ;

д)  $y = x \ln|x + \sqrt{x^2+3}| - \sqrt{x^2+3}$  ; е)  $y = \ln(\cos^2 x + \sqrt{1+\cos^4 x})$  ; ж)  $y = \ln|x + \sqrt{x^2+1}| - \sqrt{1+x^2} \arctg x$  ;

з)  $y = \ln|e^x + \sqrt{e^{2x}-1}| + \arcsin e^{-x}$  ; и)  $y = 4 \arcsin\left(\frac{x}{2}\right) + x\sqrt{4-x^2}$  ; ј)  $y = 2x + \ln|\sin x + 2 \cos x|$  ;

к)  $y = \ln \left| \frac{x + \sqrt{x^2+1}}{2x} \right|$  ; л)  $y = \ln|2x + \sqrt{x^2+x+1}|$  ; љ)  $y = \ln|\cos \sqrt{x}| + \sqrt{x} tg \sqrt{x}$  ;

м)  $y = \sqrt{x^2+3} - x \ln|x + \sqrt{x^2+3}|$  ; н)  $y = x\sqrt{x^2-1} - \ln(x + \sqrt{x^2-1})$  ; о)  $y = \sqrt{x} - (1+x) \arctg \sqrt{x}$  ;

п)  $y = e^x(\cos 2x + 2 \sin 2x)$  ; р)  $y = (\sqrt{x-1} - \frac{1}{2})e^{2\sqrt{x-1}}$  ; с)  $y = x \arctg x - \ln(\sqrt{1+x^2})$  ; т)  $y = \arctg(tg \frac{x}{2} + 1)$  ;

у)  $y = \arctg\left(\frac{x^2-1}{x}\right)$  ; ф)  $y = \ln(x^2-1) - \frac{1}{(x^2-1)}$  ; х)  $y = \sqrt{ctg x} - \sqrt{tg^3 \frac{x}{3}}$  ;

1. Израчунај прблжну вредност уз помоћ диференцијала:

а)  $y = \sqrt[3]{x}, x = 7,76$  ; б)  $y = \sqrt[3]{x^3+7x}, x = 1,012$  ; в)  $y = \frac{(x + \sqrt{5-x^2})}{2}, x = 0,98$  ; г)  $y = \sqrt[3]{x}, x = 27,54$  ;

**д)**  $y = \arcsin x, x = 0,08$ ; **ђ)**  $y = \sqrt[3]{x^2 + 2x + 5}, x = 0,97$ ; **е)**  $y = \sqrt[3]{x}, 27,46$ ; **ж)**  $y = \sqrt{x^2 + x + 3}, x = 1,97$ ;  
**з)**  $y = x^{11}, x = 1,021$ ; **и)**  $y = \sqrt[3]{x}, x = 1,21$ ; **ј)**  $y = x^{21}, x = 0,998$ ; **к)**  $y = \sqrt[3]{x^2 \cdot x} = 1,03$ ; **л)**  $y = x^6, x = 2,01$ ;  
**љ)**  $y = \sqrt[3]{x}, x = 8,24$ ; **м)**  $y = x^7, x = 1,996$ ; **н)**  $y = \sqrt[3]{x}, x = 7,64$ ; **о)**  $y = \sqrt{4x - 1}, x = 2,56$ ;  
**п)**  $y = \frac{1}{\sqrt{2x^2 + x + 1}}, x = 1,016$ ; **р)**  $y = \sqrt[3]{x}, x = 8,36$ ; **с)**  $y = \frac{1}{\sqrt{x}}, x = 4,16$ ; **т)**  $y = \sqrt{x^3}, x = 0,98$ ;  
**у)**  $y = \sqrt{4x - 3}, x = 1,78$ ; **ф)**  $y = \sqrt[5]{x^2}, x = 1,03$ ; **х)**  $y = \sqrt{1 + x + \sin x}, x = 0,01$ ; **ц)**  $y = \sqrt[3]{3x + \cos x}, x = 0,01$ ;  
**ч)**  $y = \sqrt[4]{2x - \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)}, x = 1,02$ ; **ш)**  $y = \sqrt{x^2 + 5}, x = 1,97$ ; **щ)**  $y = \frac{1}{\sqrt{2x + 1}}, x = 1,58$ ;